

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白も合わせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない。
5. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし，冊子を開いてはならない。

I a, b を定数とする. 整式

$$f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$$

を $(x-1)^2$ で割った余りを $R(x)$, $(x+1)^2$ で割った余りを $Q(x)$ とする.

$R(x) = 2Q(x)$ が成り立つとき, $a = \boxed{1}$, $b = \boxed{2}\boxed{3}$ である.

このとき, 方程式 $f(x) = 0$ の解は $x = \boxed{4}$, $\boxed{5}\boxed{6} \pm \boxed{7}i$ である.

Ⅱ A, B の 2 人が 1 個のさいころと 7 枚のコインを用意して、次のようなゲームを行う。

まず、A がさいころを投げ、出た目の数だけのコインを手元にとる。B は残りのコインをすべて手元にとる。次に、A, B はそれぞれ手元のコインをすべて投げ、表の出た枚数を自分の得点とする。得点の大きい方の勝ちとし、得点が同じ場合は引き分けとする。

(1) A の投げたさいころの目が 1 のとき、A が勝つ確率は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 9 & 10 & 11 \\ \hline \end{array}}$ で

ある。

(2) A の投げたさいころの目が 6 のとき、A が勝つ確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 12 & 13 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 14 & 15 \\ \hline \end{array}}$ である。

(3) A の投げたさいころの目が 2 のとき、A が勝つ確率は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline 16 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 17 & 18 \\ \hline \end{array}}$ である。

- Ⅲ 四面体 OABC において、辺 AB を 2 : 3 に内分する点を P、線分 CP の中点を Q、線分 OQ を 1 : 2 に内分する点を R とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。

$$(1) \quad \overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{19}}{\boxed{20}} \vec{a} + \frac{\boxed{21}}{\boxed{22}} \vec{b},$$

$$\overrightarrow{OQ} = \frac{\boxed{23}}{\boxed{24} \boxed{25}} \vec{a} + \frac{\boxed{26}}{\boxed{27}} \vec{b} + \frac{\boxed{28}}{\boxed{29}} \vec{c}$$

$$(2) \quad \overrightarrow{AR} = - \frac{\boxed{30}}{\boxed{31} \boxed{32}} \vec{a} + \frac{\boxed{33}}{\boxed{34} \boxed{35}} \vec{b} + \frac{\boxed{36}}{\boxed{37}} \vec{c}$$

- (3) 直線 AR と三角形 OBC の交点を S とするとき、

$$\overrightarrow{OS} = \frac{\boxed{38}}{\boxed{39} \boxed{40}} \vec{b} + \frac{\boxed{41}}{\boxed{42} \boxed{43}} \vec{c}.$$

である。

IV xy 平面において、原点を中心とする半径 1 の円周の $y \geq 0$ の部分を C とする。

曲線 C 上に点 $A(-1, 0)$ と点 $P(s, t)$ がある。また、点 P と同じ x 座標をもつ点 $Q(s, u)$ を、

(i) $u \leq t$

(ii) $AP + PQ = 2$

を満たすようにとる。

(1) 線分 AP の長さを s で表すと、 $\sqrt{\boxed{44} + \boxed{45}s}$ である。

(2) u を s で表すと

$$u = \sqrt{\boxed{46} - s^2} + \sqrt{\boxed{44} + \boxed{45}s} - \boxed{47}$$

であり、

$$\frac{du}{ds} = \frac{-\sqrt{\boxed{48}}s + \sqrt{\boxed{49}} - s}{\sqrt{\boxed{50} - \boxed{51}s^2}}$$

である。

(3) s が -1 から 1 まで動くとき、 u は $s = \frac{\boxed{52}}{\boxed{53}}$ で最大値

$$\frac{\boxed{54}}{\boxed{55}}\sqrt{\boxed{56} - \boxed{57}} \text{ をとる。}$$

(4) s が -1 から 1 まで動くとき、線分 PQ が通過する領域の面積は $\frac{\boxed{58}}{\boxed{59}}$ で

ある。

V $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$, $g(x) = 2 \sin x$ とおく.

(1) 2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ の $-\pi \leq x \leq \pi$ における交点の x 座標は

$$x = -\frac{\boxed{60}}{\boxed{61}}\pi, \frac{\boxed{62}}{\boxed{63}}\pi$$

である.

(2) 2 曲線 $y = f(x)$, $y = -g(x)$ の $-\frac{\boxed{60}}{\boxed{61}}\pi \leq x \leq \frac{\boxed{62}}{\boxed{63}}\pi$ における交

点の x 座標は $x = -\frac{\boxed{64}}{\boxed{65}}\pi$ である.

(3) $-\frac{\boxed{60}}{\boxed{61}}\pi \leq x \leq \frac{\boxed{62}}{\boxed{63}}\pi$ において, 2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲ま

れた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積は

$$\frac{\boxed{66}}{\boxed{67}}\pi^2 + \boxed{68}\sqrt{\boxed{69}}\pi$$

である.

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－)，数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1，2，3，… の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9	a	b	c	d
3	－	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを、 $3\log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。