

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3, 4, 5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

〔計算用余白〕

[計算用余白]

1

解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

点 P は xyz 空間の原点 O から出発し, さいころを投げるごとに次の規則に従って動く.

点 P が点 (a, b, c) にいるとき,

出た目が3以下ならば $(a+1, b, c)$ に動く.

出た目が4または5ならば $(a, b+1, c)$ に動く.

出た目が6ならば $(a, b, c+1)$ に動く.

- (1) さいころを5回投げるとき, 点 P の y 座標が3である確率は

$$\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 5 \\ \hline \end{array}} \text{ である.}$$

- (2) さいころを9回投げるとき, 点 P がちょうど $(4, 3, 2)$ の位置に来る確率は

$$\text{は } \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 7 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 8 & 9 & 10 \\ \hline \end{array}} \text{ である.}$$

- (3) さいころを9回投げて点 P がちょうど $(4, 3, 2)$ の位置に来たときの,

$$\text{点 } P \text{ が途中で } (3, 2, 0) \text{ を通っていた条件付き確率は } \frac{\begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 12 & 13 \\ \hline \end{array}} \text{ である.}$$

〔計 算 用 余 白〕

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

四角形 OABC において,

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OB} - 4\overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

が成り立っている. 対角線 OB と AC の交点を Q とするとき,

$$\overrightarrow{OB} = \frac{\boxed{14}}{\boxed{15}}\overrightarrow{OA} + \boxed{16}\overrightarrow{OC},$$

$$\overrightarrow{OQ} = \frac{\boxed{17}}{\boxed{18}}\overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{19}}{\boxed{20}}\overrightarrow{OC}$$

であり,

$$\frac{QB}{OQ} = \frac{\boxed{21}}{\boxed{22}}, \quad \frac{QC}{AQ} = \frac{\boxed{23}}{\boxed{24}}$$

である. よって

$$\frac{\triangle BCQ}{\triangle OAQ} = \frac{\boxed{25}}{\boxed{26}}$$

である.

〔計 算 用 余 白〕

3 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

次の2つの条件(T_1), (T_2)を満たす有限数列

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

をT-数列と呼ぶ.

$$(T_1) \quad a_1 = 1$$

$$(T_2) \quad a_{k+1} = 3a_k \text{ あるいは } a_{k+1} = \frac{1}{3}a_k \quad (k = 1, 2, \dots, n-1)$$

例えば, 項数が3のT-数列は以下の4個である.

$$1, 3, 9 \quad 1, 3, 1 \quad 1, \frac{1}{3}, 1 \quad 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$$

このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 項数 n ($n = 1, 2, 3, \dots$) のT-数列は全部でいくつあるか.
- (2) 項数12のT-数列で $a_{12} = 27$ となるものは全部でいくつあるか.
- (3) 項数101のT-数列で a_{101} が46桁以上の整数となるものは全部でいくつあるか. ただし $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする.

〔計 算 用 余 白〕

4 解答を解答用紙(その3)の **4** 欄に記入せよ.

放物線 $y = x^2$ 上の2点 $P(s, s^2)$, $Q(t, t^2)$ が

$$t - s = 1, \quad s > 0, \quad PQ = \sqrt{5}$$

を満たしている.

(1) P , Q の座標を求めよ.

(2) 放物線 $y = 5 - (x - 1)^2$ の, 領域 $y \geq x^2$ に含まれる部分を C とする. 点 R が曲線 C 上を動くとき, $\triangle PQR$ の面積の最小値を求めよ. また, そのときの点 R の座標を求めよ.

(3) 点 R が(2)で与えた曲線 C 上を動くとき, $\triangle PQR$ の面積の最大値を求めよ. また, そのときの点 R の座標を求めよ.

〔計算用余白〕

5

解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

実数 a に対し,

$$f(x) = \int_0^x (t^2 - at + 1) e^t dt$$

とする. 関数 $f(x)$ が $x = \frac{1}{2}$ で極値をとるとき, 次の問に答えよ.

- (1) a の値を求めよ.
- (2) $f(x)$ を求めよ.
- (3) 関数 $f(x)$ の $0 \leq x \leq 3$ における最小値を求めよ.

〔計算用余白〕

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－)、数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	☒ 0	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6	☐ 7	☐ 8	☐ 9	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
2	☐ ー	☐ 0	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6	☐ 7	☒ 8	☐ 9	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
3	☐ ー	☐ 0	☐ 1	☐ 2	☒ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6	☐ 7	☐ 8	☐ 9	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。