

2020年度

Z・Z(RB)

数 学

注 意

1. 問題は全部で4題あり、冊子は計算用の余白も合わせて10ページである。
2. 解答用紙に氏名を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
5. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

I

- (1) 不等式 $\log_3 x - \log_9(x-2) > \log_9(2x-3)$ を満たす x の値の範囲は,

$$\boxed{1} < x < \boxed{2}$$

である.

- (2) 方程式 $2 \log_3 x - 3 \log_x 3 + 5 = 0$ を満たす x の値は,

$$\frac{\boxed{3}}{\boxed{4} \boxed{5}} \quad \text{および} \quad \sqrt{\boxed{6}}$$

である.

〔計算用余白〕

II

A, B, C の 3 人が以下のルールでゲームを行う。

(a) 各人がコインを 2 枚ずつ投げ、表の出た枚数が最も多い人を 1 回戦の勝ち残りとする。たとえば、表を 1 枚出した人が 2 人で残りの 1 人は 2 枚とも裏のときは、表を 1 枚出した 2 人が勝ち残る。1 回戦の勝ち残りが 1 人のときはその人を優勝者とし、ゲームを終了する。

(b) 1 回戦の勝ち残りが 2 人または 3 人のときは、勝ち残った人でもう一度コインを 2 枚ずつ投げ、表が出た枚数が最も多い人を 2 回戦の勝ち残りとする。2 回戦の勝ち残りが 1 人のときはその人を優勝者とし、ゲームを終了する。

(1) 1 回戦で A が優勝する確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 8 \\ \hline 9 & 10 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 9 & 10 \\ \hline 9 & 10 \\ \hline \end{array}}$ である。

(2) 1 回戦の勝ち残りがちょうど 2 人である確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 11 & 12 \\ \hline 13 & 14 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 13 & 14 \\ \hline 13 & 14 \\ \hline \end{array}}$ である。

(3) 1 回戦で 2 人勝ち残ったとき、2 回戦で優勝者が決まる確率は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline 15 \\ \hline 16 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline 15 \\ \hline 16 \\ \hline \end{array}}$ である。

(4) 2 回戦で優勝者が決まる確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 17 & 18 & 19 \\ \hline 20 & 21 & 22 & 23 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 20 & 21 & 22 & 23 \\ \hline 20 & 21 & 22 & 23 \\ \hline \end{array}}$ である。

〔計算用余白〕

III

半径4の円 C_1 の中心を O とし, AB を C_1 の直径とする. 点 O において線分 AB に接する半径1の円 C_2 を考える. 点 A を通る C_2 のもう1本の接線 ℓ を考え, C_2 との接点を P , ℓ と C_1 の交点のうち A でないものを Q とする.

このとき,

$$\cos \angle OAP = \frac{\boxed{24} \boxed{25}}{\boxed{26} \boxed{27}}, \quad \sin \angle OAP = \frac{\boxed{28}}{\boxed{29} \boxed{30}}$$

である. さらに, 線分 AQ の長さは,

$$\frac{\boxed{31} \boxed{32} \boxed{33}}{\boxed{34} \boxed{35}}$$

であり, 三角形 QAB の

面積は $\frac{\boxed{36} \boxed{37} \boxed{38} \boxed{39}}{\boxed{40} \boxed{41} \boxed{42}}$ である.

〔計算用余白〕

IV 3 次関数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ を考える.

(1) $f'(x) = 0$ を満たす x の値は, $\boxed{43}$ $\boxed{44}$ と $\boxed{45}$ である.

(2) $a \geq 0$ を満たす定数 a に対して, 方程式

$$|f(x)| = a$$

の異なる実数解の個数は, a の値で場合分けをすると次のようになる.

$a = 0$ のとき $\boxed{46}$ 個である.

$0 < a < \frac{\boxed{47}}{\boxed{48}}$ のとき $\boxed{49}$ 個である.

$a = \frac{\boxed{47}}{\boxed{48}}$ のとき $\boxed{50}$ 個である.

$\frac{\boxed{47}}{\boxed{48}} < a < \boxed{51} \boxed{52}$ のとき $\boxed{53}$ 個である.

$a = \boxed{51} \boxed{52}$ のとき $\boxed{54}$ 個である.

$a > \boxed{51} \boxed{52}$ のとき $\boxed{55}$ 個である.

〔計 算 用 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－)，数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1，2，3，… の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d
3	－	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを、 $3\log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。