

2021年度

Z・Z(RB)

数 学

注 意

1. 問題は全部で4題あり、冊子は計算用の余白も合わせて10ページである。
2. 解答用紙に氏名を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
5. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

〔計算用余白〕

〔計 算 用 余 白〕

I 袋の中に、1から k までの自然数を記入したカードがそれぞれ1枚、計 k 枚入っている。ただし、 $k \geq 3$ とする。これを使って、A、B 2人のプレーヤーが次のようなゲームを行う。

最初にAが袋から1枚カードを引き、そのカードを手元におく。次にBが袋から1枚カードを引き、そのカードを手元におく。その次にAが袋から1枚カードを引き、もっている2枚のカードのうち数の小さい方のカードを袋に戻す。最後にBが袋から1枚カードを引き、もっている2枚のカードのうち数の小さい方のカードを袋に戻す。以上の手順が終わったのち、もっているカードの数の大きいプレーヤーの勝ちとする。

(1) $k = 3$ のとき、Aの勝つ確率は $\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$ である。

(2) $k = 4$ のとき、Aの勝つ確率は $\frac{\boxed{3}}{\boxed{4} \boxed{5}}$ である。

(3) $k = 6$ とする。Aが最初に引いたカードの数が1のとき、Aの勝つ確率は $\frac{\boxed{6}}{\boxed{7}}$ である。

〔計 算 用 余 白〕

Ⅱ k を正の整数とする. $1 \leq n \leq 10^k - 1$ を満たす整数 n に対し, $n(10^k - n)$ と表される数のうち最大のものを M_k , 最小のものを m_k とおく. また, M_k, m_k を 3 進法で表したときの桁数をそれぞれ D_k, d_k で表す.

(1) $k = 2$ のとき, $D_k = \boxed{8}$ であり, $d_k = \boxed{9}$ である.

(2) $D_k \geq 112$ となる最小の k は $\boxed{10} \boxed{11}$ である.

(3) $k = \boxed{10} \boxed{11}$ のとき, $d_k = \boxed{12} \boxed{13}$ である.

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする.

[計 算 用 余 白]

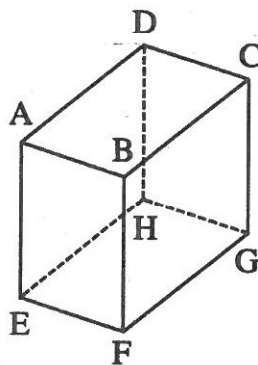
- Ⅲ 下の図の直方体 ABCD-EFGH において、 $AB = 3$ 、 $AD = 5$ 、 $AE = 4$ とし、
 辺 EH を 2:3 に内分する点を P とする。また、辺 CG 上の点 Q を直線 AP と
 直線 PQ が直交するようにとる。

(1) $CQ = \frac{\boxed{14}}{\boxed{15}}$, $PQ = \frac{\boxed{16}}{\boxed{17}}$

- (2) 3 点 A, P, Q を通る平面と辺 BC の交点を R とすると、台形 APQR の面積は

$$\frac{\boxed{18} \boxed{19} \boxed{20} \sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{22} \boxed{23}}$$

である。



[計算用余白]

IV 2つの放物線

$$C_1: y = x^2, \quad C_2: y = x^2 - 6x + 11$$

に共通な接線を ℓ とし、 C_1 、 C_2 との接点をそれぞれ P_1 、 P_2 とする。

(1) P_1 の x 座標は $\frac{\boxed{24}}{\boxed{25}}$ であり、 P_2 の x 座標は $\frac{\boxed{26}\boxed{27}}{\boxed{28}}$ である。

(2) 直線 ℓ の方程式を $y = ax + b$ とすると、 $a = \frac{\boxed{29}}{\boxed{30}}$ 、 $b = \frac{\boxed{31}\boxed{32}}{\boxed{33}}$ で

ある。

(3) C_1 、 C_2 および ℓ で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{34}}{\boxed{35}}$ である。

〔計算用余白〕

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－)，数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1，2，3，… の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9	a	b	c	d	*
3	－	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \ \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\sqrt{\boxed{7} \ \boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。