

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白も合わせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
5. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

〔計算用余白〕

[計 算 用 余 白]

I x, y, z を 0 以上の整数とする.

- (1) 条件 $x + y + z = 99$ を満たすような組 (x, y, z) は全部で

1	2	3	4
---	---	---	---

 個である.

- (2) 条件 $x + y + z = 99$, $x = y$ および $y \neq z$ を満たすような組 (x, y, z) は

全部で

5	6
---	---

 個である.

- (3) 条件 $x + y + z = 99$, $x < y < z$ を満たすような組 (x, y, z) は全部で

7	8	9
---	---	---

 個である.

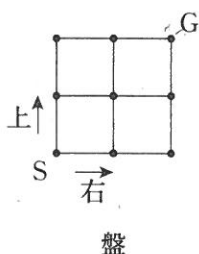
〔計算用余白〕

Ⅱ 下図のような盤とコマを一つ用意する。盤上の9個の点(・)を頂点と呼ぶ。
このとき、次の(i)～(iii)の規則に従って、ゲームを行う。

- (i) 1枚のコインを投げて出た表裏に応じて、盤上の頂点にあるコマを動かす。
- (ii) コイン投げの結果が表のときは、コマを右方向に1目盛動かす。ただし、その位置に頂点がない場合は動かさない。裏のときは、上方向に1目盛動かす。この場合も、その位置に頂点がない場合は動かさない。
- (iii) 最初、コマは頂点Sの位置にある。コマが頂点Gの位置に来たとき、ゲームを終了する。

(1) ちょうど4回のコイン投げでゲームが終了する確率は $\frac{\boxed{10}}{\boxed{11}}$ である。

(2) 6回以内のコイン投げでゲームが終了する確率は $\frac{\boxed{12}}{\boxed{14}} \frac{\boxed{13}}{\boxed{15}}$ である。



〔計 算 用 余 白〕

3

- Ⅲ 四面体 OABC において、辺 AC を 1 : 2 に内分する点と 2 : 1 に内分する点をそれぞれ D, E とする。また、辺 OB の中点を F, 辺 BC を 3 : 4 に内分する点を G とする。

$$(1) \quad \overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{16}}{\boxed{17}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{18}}{\boxed{19}} \overrightarrow{OC}, \quad \overrightarrow{OG} = \frac{\boxed{20}}{\boxed{21}} \overrightarrow{OB} + \frac{\boxed{22}}{\boxed{23}} \overrightarrow{OC}$$

- (2) 線分 DG 上と線分 EF 上に、それぞれ点 P と点 Q をとる。3 点 O, P, Q が一直線上にあるとき、

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \frac{\boxed{24}}{\boxed{25}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{26}}{\boxed{27}} \overrightarrow{OB} + \frac{\boxed{28}}{\boxed{29}} \overrightarrow{OC}, \\ \overrightarrow{OQ} &= \frac{\boxed{30}}{\boxed{31}} \overrightarrow{OP} \end{aligned}$$

である。

〔計算用余白〕

IV 関数 $\theta(t)$ は等式

$$\theta(t) = 6\pi t^2 + t \int_0^1 \theta(s) ds$$

を満たすとする. このとき,

$$\int_0^1 \theta(t) dt = \boxed{32} \pi$$

である.

時刻 t における座標が $(\cos \theta(t), \sin \theta(t))$ であるような点 P を考える. 時刻 $t = 0$ に点 $A(1, 0)$ を出発した P が最初に A に戻ってくる時刻を $t = T_1$ とし, 2 回目に A に戻ってくる時刻を $t = T_2$ とする. 同様に, $n = 3, 4, \dots$ に対して, P が n 回目に A に戻ってくる時刻を $t = T_n$ とする. このとき,

$$T_1 = \frac{\boxed{33}}{\boxed{34}}$$

であり, 一般に,

$$T_n = \frac{\boxed{35} \boxed{36} + \sqrt{\boxed{37} + \boxed{38} n}}{\boxed{39}}$$

である. これにより,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (T_n - T_{n-1}) = \frac{\sqrt{\boxed{40}}}{\boxed{41}}$$

が成り立つ.

〔計算用余白〕

V 関数 $f(x) = (1-x)\sqrt{1-x^2}$ について、次の問に答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ の $-1 \leq x \leq 1$ における最大値は $\frac{\boxed{42}\sqrt{\boxed{43}}}{\boxed{44}}$ であり、その

ときの x の値は $\frac{\boxed{45}\boxed{46}}{\boxed{47}}$ である。

(2) 曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 1$)、 x 軸および y 軸で囲まれる部分の面積は

$$\frac{\boxed{48}\boxed{49}}{\boxed{50}} + \frac{\boxed{51}}{\boxed{52}}\pi$$

である。

〔計算用余白〕

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－), 数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9	a	b	c	d	*
3	－	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。