

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである．
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること．
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない．
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない．
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない．
6. 解答用紙は必ず提出すること．問題冊子は提出する必要はない．

〔計算用余白〕

〔計 算 用 余 白〕

1 解答を解答用紙(その1)の **1** 欄に記入せよ.

2枚のコインがあり、最初、すべて表が上となっている。これらに対して、2枚のコインのうち表が上になっているものすべてを投げるという操作を繰り返す行う。すべてのコインの裏が上になるまで、この操作を続けるとき、次の問に答えよ。

(1) 操作を n 回行った後、表が上になっているコインが2枚である確率を a_n とすると、 $a_n =$ **ア** である。

(2) 操作を n 回行った後、表が上になっているコインが1枚である確率を b_n とすると、 $2^{n+1}b_{n+1} - 2^n b_n =$ **イ** であるから、 b_n を n を用いて表すと、 $b_n =$ **ウ** である。

(3) n 回以下の操作によって、すべてのコインの裏が上になる確率は **エ** である。

〔計 算 用 余 白〕

2 解答を解答用紙(その1)の **2** 欄に記入せよ.

$\triangle OAB$ において, $OA = 7$, $OB = 8$, $AB = 9$ のとき, 次の問に答えよ.

(1) $\cos \angle AOB =$ **オ** である.

(2) $\triangle OAB$ の面積は **カ** である.

(3) 実数 s, t が

$$s \geq 0, t \geq 0, \frac{1}{2} \leq s + t \leq 2$$

を満たしながら変化するとき,

$$\overrightarrow{OP} = s \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{OB}$$

で定まる点 P が存在する領域の面積は **キ** である.

〔計 算 用 余 白〕

3 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす θ に対し, xy 平面上の, 点 $(\sin \theta, 0)$ を中心とする半径 $\sin \theta$ の円を C_1 , 点 $(0, \cos \theta)$ を中心とする半径 $\cos \theta$ の円を C_2 とする. C_1 と C_2 の交点のうち第1象限にあるものを P とするとき, 次の間に答えよ.

(1) P の座標を θ を用いて表せ.

(2) θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くときの, 原点 O と P の距離 OP の最大値を求めよ.

(3) θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くときの, P の x 座標の最大値を求めよ.

[計 算 用 余 白]

4 解答を解答用紙(その3)の **4** 欄に記入せよ.

関数 $f(x) = 3e^x - e^{3x}$ について次の問に答えよ.

(1) $y = f(x)$ の増減, 極値, 極限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, グラフの凹凸および変曲点を調べて, そのグラフの概形をかけ.

(2) 実数 t に対して, $I = \int_0^t f(x) dx$ とおく. t が実数全体を動くときの, I の最大値, 最小値を求めよ. ただし, 最大値, 最小値が存在しないときには, そのように答えよ.

〔計 算 用 余 白〕

5 解答を解答用紙(その4)の **5** 欄に記入せよ.

n を正の整数とし, 曲線 $y = |x \sin x|$ ($0 \leq x \leq n\pi$) と x 軸によって囲まれる部分の面積を S_n とする.

(1) S_1 を求めよ.

(2) $k = 2m$ ($m = 1, 2, \dots$) のとき,

曲線 $y = |x \sin x|$ ($k\pi \leq x \leq (k+1)\pi$) と x 軸によって囲まれる部分の面積を求めよ.

(3) $k = 2m+1$ ($m = 1, 2, \dots$) のとき,

曲線 $y = |x \sin x|$ ($k\pi \leq x \leq (k+1)\pi$) と x 軸によって囲まれる部分の面積を求めよ.

(4) S_n を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

