

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである．
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること．
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない．
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない．
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない．
6. 解答用紙は必ず提出すること．問題冊子は提出する必要はない．

1 解答を解答用紙(その1)の **1** 欄に記入せよ.

数直線上の点 P を次の規則 (i) ~ (iii) にしたがって動かす.

- (i) P は最初, 原点にある.
- (ii) コインを投げて表がでたら P を正の方向に 2 動かし, 裏が出たら正の方向に 1 動かす.
- (iii) (ii) の操作を繰り返す.

P が数直線上の座標 n の点に滞在する確率を p_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) とするとき, 次の問に答えよ.

(1) $p_1 = \boxed{\text{ア}}$, $p_2 = \boxed{\text{イ}}$ である.

- (2) P が $n + 1$ の点に滞在しない場合は, 必ず n の点に滞在する.

このことから, $1 - p_{n+1}$ を p_n を用いて表すと, $1 - p_{n+1} = \boxed{\text{ウ}}$ である.

(3) p_n を n を用いて表すと, $p_n = \boxed{\text{エ}}$ である.

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \boxed{\text{オ}}$ である.

〔計 算 用 余 白〕

2 解答を解答用紙(その1)の **2** 欄に記入せよ.

四面体 OABC があり, 点 P は

$$\overrightarrow{OP} + 2\overrightarrow{AP} + 4\overrightarrow{BP} + 8\overrightarrow{CP} = \vec{0}$$

を満たす. このとき, 直線 OP と平面 ABC の交点を Q とする. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{q}$ として, 次の問に答えよ.

(1) $\vec{q} = \boxed{\text{カ}} \vec{a} + \boxed{\text{キ}} \vec{b} + \boxed{\text{ク}} \vec{c}$ である.

(2) $\triangle QBC$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の $\boxed{\text{ケ}}$ 倍である.

(3) 四面体 PQBC の体積は四面体 OABC の体積の $\boxed{\text{コ}}$ 倍である.

〔計 算 用 余 白〕

3 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

xyz 空間において, xz 平面上の原点を中心とする半径1の円を C_1 , yz 平面上の原点を中心とする半径3の円を C_2 とする. 点 P が C_1 上を, 点 Q が C_2 上を, ともに速さ3で等速円運動をしている.

時刻 $t = 0$ において, P の位置が $(1, 0, 0)$, Q の位置が $(0, 3, 0)$ で, 速度ベクトルがともに $(0, 0, 3)$ であるとき, 次の問に答えよ.

- (1) 時刻 t における P , Q の座標を求めよ.
- (2) 線分 PQ の長さの最大値, 最小値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

4解答を解答用紙(その3)の **4** 欄に記入せよ. a, b, c を実数とする. x の関数

$$f(x) = x^2 + ax + b + c \log(1 + x^2)$$

は, $x = 1$ および $x = 2$ で極値をとり, さらに $x = 1$ での極値が $10 \log 2$ である. このとき, 次の問に答えよ.

(1) a, b, c の値を求めよ.

(2) $f(x)$ の増減表をかけ. ただし, グラフの凹凸は調べなくてよい.

〔計算用余白〕

5

解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

次の極限值を求めよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^4} \sum_{k=1}^n (n+k)^3$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k e^{\frac{k}{2n}}$$

〔計 算 用 余 白〕