

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである．
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること．（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている．）
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない．
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない．
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない．
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること．問題冊子は持ち帰ってよい．

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること．ただし，冊子を開いてはならない．

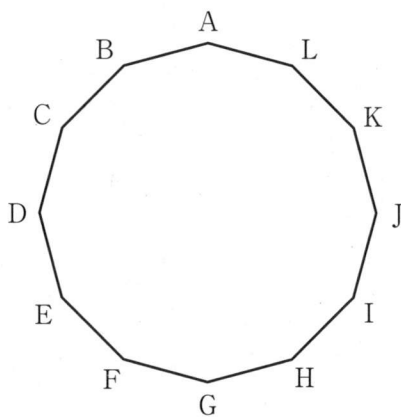
〔計算用余白〕

[計 算 用 余 白]

1

解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

図のような正十二角形の12個の頂点から3点を選んで三角形をつくる.

(1) このような三角形は全部で 個ある.(2) 直角三角形は全部で 個ある.(3) 二等辺三角形は全部で 個ある.(4) 直角三角形でも二等辺三角形でもないものは全部で 個ある.

〔計 算 用 余 白〕

2

解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

 a, b を実数として, 2 次関数

$$f(x) = x^2 + 2ax + b$$

を考える. 放物線 $y = f(x)$ の頂点 P が直線 $y = x$ 上にあるとする.また, 関数 $g(x)$ を次の式で定義する.

$$g(x) = f(f(x))$$

(1) a が実数全体を動くとき, b の最小値は $\frac{\boxed{11} \boxed{12}}{\boxed{13}}$ である.

(2) $g(0) \leq 0$ となるような a の値の範囲は $\boxed{14} \leq a \leq \boxed{15}$ である.

(3) 直線 $y = x$ と放物線 $y = f(x)$ の 2 つの共有点のうち, P 以外の点の x 座標を c とすると, $a + c = \boxed{16}$ である.

また, $g'(c) = \boxed{17}$ である.

〔計算用余白〕

3 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

$\triangle OAB$ は2辺の長さが $OA = 1$, $OB = 2$ であって, $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ と表すとき, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{2}{3}$ を満たすとする.

- (1) AB の長さを求めよ.
- (2) $\theta = \angle AOB$ とするとき, $\sin \theta$ を求めよ.

さらに, 点 C , D , E を以下の条件を満たすようにとる.

- $\vec{OC} = \vec{a} + \vec{b}$
- 線分 CD の中点は B
- E は直線 AC 上にあり, $ED \perp OC$

- (3) $\vec{OE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ.
- (4) $\triangle OCE$ の面積を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

4 解答を解答用紙(その3)の **4** 欄に記入せよ.

a を定数とする. xy 平面上の円

$$C : x^2 + y^2 = a^2 + 1$$

と直線

$$\ell : 2x + y = -3a + 1$$

について, 以下の問に答えよ.

- (1) $a = -\frac{1}{2}$ のとき, C と ℓ の共有点の座標を求めよ.
- (2) C と ℓ が共有点をもつような a の値の範囲を求めよ.
- (3) a が整数のときを考える. C と ℓ の共有点であって x 座標と y 座標がともに整数のものが存在するような整数 a をすべて求めよ. また, 求めた a に対して, x 座標と y 座標がともに整数であるような共有点をすべて書け.

〔計 算 用 余 白〕

5 解答を解答用紙(その4)の **5** 欄に記入せよ.

関数

$$f(x) = \log(\sqrt{2} \cos x) \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

について、以下の問に答えよ.

- (1) $0 < a < 1$ とする. 次の定積分を求めよ.

$$\int_0^a \frac{1}{1-t^2} dt$$

- (2) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け. 凹凸は調べなくてよい.

- (3) 曲線 $y = f(x)$ のうち, 連立不等式 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ の表す領域に含まれる部分の

長さを求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の

1

，

2

3

 などには、特に指示がないかぎり、符号(－)，数字(0～9)又は文字(a～d)が入る．1，2，3，… の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する．それらを解答用紙の1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えよ．

例

1

2

3

 に -83 と答えたいとき

1	 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 a b c d *
2	— 0 1 2 3 4 5 6 7  9 a b c d *
3	— 0 1 2  4 5 6 7 8 9 a b c d *

なお、同一の問題文中に 1， 23 などが2度以上現れる場合，2度目以降は， 1， 23 のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 5 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること.

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけ
ない。また、 $\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを、 $3\log_2 9$ のよ
うに答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを, $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない.