

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである．
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること．
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない．
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない．
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない．
6. 解答用紙は必ず提出すること．問題冊子は提出する必要はない．

〔計 算 用 余 白〕

〔計算用余白〕

1 解答を解答用紙(その1)の **1** 欄に記入せよ.

2人でじゃんけんをくり返し行い、先に2勝した方を勝者とする. このとき、勝者が決まるまでに行うじゃんけんの回数がちょうど n 回である確率を p_n とする. ただし、あいこもじゃんけんの回数に含めるものとする.

(1) $p_2 =$ であり, $p_3 =$ である.

(2) ちょうど n 回目に2勝0敗で勝者が決まる確率は である.

(3) p_n を n を用いて表すと, $p_n =$ である.

(4) 2次関数 $f(x)$ を

$$\frac{f(n)}{3^n} - \frac{f(n+1)}{3^{n+1}} = p_n$$

が成立するように定めると, $f(n) =$ である.

(5) 勝者が決まるまでに行うじゃんけんの回数が n 回以下である確率 $\sum_{k=2}^n p_k$ は である.

〔計算用余白〕

2 解答を解答用紙(その1)の **2** 欄に記入せよ.

xyz 空間において, 点 $O(0, 0, 0)$, 点 $A(1, 1, 1)$, 点 $B(2, 1, 0)$,
点 $C(2, 4, 8)$ を考える.

(1) $\triangle OAB$ の面積は である.

(2) $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ の両方に垂直なベクトルを成分表示するとき, 大きさが1で
 x 成分が正のものは $\left(\text{ク}, \text{ケ}, \text{コ} \right)$ である.

(3) 四面体 $OABC$ の体積は である.

〔計算用余白〕

3解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

連立不等式

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 18 \\ x + 4y \leq 16 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

の表す領域を D とする.

- (1) 領域 D を図示せよ.
- (2) 点 (x, y) が領域 D を動くとき, $x + y$ の最大値を求めよ.
- (3) 点 (x, y) が領域 D を動くとき, $2x + y$ の最大値を求めよ.
- (4) a を正の定数とする. 点 (x, y) が領域 D を動くとき, $ax + y$ の最大値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

4解答を解答用紙(その3)の **4** 欄に記入せよ.

関数 $f(x) = e^{2x} \sin 2x$ について、次の問に答えよ.

- (1) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で、 $y = f(x)$ の増減、極値、グラフの凹凸および変曲点を調べて、そのグラフの概形をかけ.

- (2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

5解答を解答用紙(その4)の **5** 欄に記入せよ. $0 \leq t \leq 1$ とする. xy 平面において, 連立不等式

$$\begin{cases} t \leq x \leq t+1 \\ 0 \leq y \leq xe^{-x} \end{cases}$$

の表す領域の面積を $S(t)$ とする. このとき, 次の間に答えよ.(1) $S(t)$ を求めよ.(2) $S(t)$ を最大にする t の値と, 最小にする t の値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

