

数 学

注 意

1. 問題は全部で8ページである.
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること. (ただし, マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている.)
3. 解答はすべて解答用紙に記入すること.
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが, どのページも切り離してはいけない.
5. 解答用紙(その1はマーク・シート, その2は記述式)は両方とも必ず提出のこと. この問題冊子は提出する必要はない.

マーク・シート記入上の注意については, この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること. ただし, 冊子は開かないこと.

マーク・シート記入上の注意

- (1) 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2\ 3}$ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−), 数字(0~9), 文字(a, b, c, d), または記号(*)が入る. 1, 2, 3, … の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応する. それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ.

例 $\boxed{11\ 12\ 13}$ に −83 と答えたいとき

11	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
12	−	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d	*
13	−	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*

- (2) 解答欄が余るときは, 余った欄(後の方を余らせる)に*をマークする.

例 $\boxed{14\ 15}$ に 4 と答えたいとき

14	−	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
15	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	●

- (3) 解答欄が不足するときは, 最後の欄に*をマークする.

例 $\boxed{16\ 17}$ に 345 と答えたいとき

16	−	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
17	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	●

- (4) 解答欄に適合するものがないときは, その欄に*をマークする.

例 $\boxed{18\ 19}$ に対して問題が

$$x^2 + 1 < 0 \text{ ならば } x \geq \boxed{18\ 19}$$

のとき

18	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	●
19	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	●

- (5) 分数形で解答するときは, 既約分数として符号は分子につける.

- (6) 根号あるいは対数を含む形で解答するときは, 根号の中や真数に現れる自然数が最小になる形で答える. [例] $\sqrt{8}$ は $2\sqrt{2}$, $3\log_2 9$ は $6\log_2 3$ とする.

- (7) 分数形で根号を含む形で解答するときは, $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ ではなく, $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ のように約分する.

Ⅰ 以下の問題については 解答用紙 (その1) を使用すること.

(1) 方程式 $\left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x - 72 = 0$ の解は $x = \boxed{1}\boxed{2}$ である.

(2) 曲線 $y = x^3 - 9x^2 + 20x - 12$ と x 軸で囲まれた 2 つの部分の面積の和は $\frac{\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ である.

(3) 放物線 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2a + 6$ について, 次の問いに答えよ.

1. この放物線の頂点 P の座標は $(a, \boxed{7}a + \boxed{8})$ である.

2. a がすべての実数値をとって変化するとき, 頂点 P と原点 O を結ぶ線分 PO の中点 Q の軌跡は直線 $y = \boxed{9}x + \boxed{10}$ である.

(4) $\triangle ABC$ において, $AB = 8$, $BC = 5$, $CA = 7$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

1. $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{11}\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}$ である.

2. $\triangle ABC$ の内接円の半径は $\sqrt{\boxed{14}}$ である.

3. $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\frac{\boxed{15}\sqrt{\boxed{16}}}{\boxed{17}}$ である.

4. $\triangle ABC$ の内心を I, 外心を O とするとき, 線分 IO の長さは $\frac{\sqrt{\boxed{18}\boxed{19}}}{\boxed{20}}$ である.

(計算余白)

Ⅱ 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

- (1) a, b を定数とする. 連立方程式
$$\begin{cases} 5x + 2x^{a-1}y^b = 26 \\ x - x^ay^{b-1} = 0 \end{cases}$$
 を満たす (x, y) の組のうち, x と y がともに自然数であるのは, x の値が小さい方から順に, $(\boxed{21}, \boxed{22}), (\boxed{23}, \boxed{24})$ である.

- (2) x, y が 4 つの不等式 $x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 10, 4x + y \leq 15$ を同時に満たすとき, xy の最大値は $\frac{\boxed{25}\boxed{26}\boxed{27}}{\boxed{28}\boxed{29}}$, 最小値は $\boxed{30}$ である.

- (3) $\triangle ABC$ において, $AB = 4, AC = 8, \angle A = 120^\circ$ とする. $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とし, 頂点 B から AD に下ろした垂線を BE とするとき, ED の長さは $\frac{\boxed{31}}{\boxed{32}}$ である.

(計算余白)

III 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

(1) 0, 1, 2, 3, 4, 5 の番号を書いたカードが 1 枚ずつあり, このカードを並べて 4 桁の整数を作る. このとき, 次の問いに答えよ.

1. 5 の倍数は $\boxed{33}\boxed{34}\boxed{35}$ 個である.

2. 2435 より大きい整数となる確率は $\frac{\boxed{36}\boxed{37}}{\boxed{38}\boxed{39}}$ である.

3. 数字の並べ方を逆にしても 4 桁の整数となるものは $\boxed{40}\boxed{41}\boxed{42}$ 個である. それを, もとの並べ方の 4 桁の整数に加えるとき, 各桁の数がすべて偶数となるものは $\boxed{43}\boxed{44}$ 個である.

(2) 数列 $\{a_n\}$ は, $a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n + 2n + 3$ で定められる.

1. $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{n(\boxed{45}n^2 + \boxed{46}n + \boxed{47}\boxed{48})}{\boxed{49}}$ である.

2. $b_n = 5^{a_n}$ とする. $b_n > 100^{35}$ が成立するときの最小の n は $\boxed{50}\boxed{51}$ である. ただし, $\log_5 2 = 0.4307$ とする.

(計算余白)

Ⅳ 以下の問題については 解答用紙(その2)を使用すること.

関数 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 3$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) $f(x)$ の極値を求めよ.
- (2) 方程式 $x^3 + 3x^2 - 9x + 3 - a = 0$ の異なる実数解の個数と定数 a の値の関係を求めよ.
- (3) 点 $(1, -10)$ を通る接線のうち, 接点の x 座標が正の整数である接線の方程式を求めよ.
- (4) 座標平面上の点 (s, t) から $f(x)$ に異なる 3 本の接線が引けるための条件を求めよ.

(計算余白)



