

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3, 4, 5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－)、数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
2	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9	a	b	c	d	*
3	☐	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。

〔計算用余白〕

〔計 算 用 余 白〕

1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

A, B, C, D, E の 5 人の名札が 1 枚ずつある. この 5 枚の名札を各人に 1 枚ずつでたために配る.

(1) 5 人全員が自分の名札を受け取る確率は $\frac{\boxed{1}}{\boxed{2} \boxed{3} \boxed{4}}$ である.

(2) ちょうど 3 人が自分の名札を受け取る確率は $\frac{\boxed{5}}{\boxed{6} \boxed{7}}$ である.

(3) ちょうど 2 人が自分の名札を受け取る確率は $\frac{\boxed{8}}{\boxed{9}}$ である.

(4) 自分の名札を受け取る人が 1 人もいない確率は $\frac{\boxed{10} \boxed{11}}{\boxed{12} \boxed{13}}$ である.

〔計 算 用 余 白〕

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

$f(x) = \tan x$ とする. また, 曲線

$$C: y = f(x) \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$$

上の点 $\left(\frac{\pi}{6}, f\left(\frac{\pi}{6}\right) \right)$ における法線を ℓ とする.

(1) 法線 ℓ の方程式は $y = \frac{\boxed{14} \boxed{15}}{\boxed{16}} x + \frac{\boxed{17}}{\boxed{18}} \pi + \frac{\sqrt{\boxed{19}}}{\boxed{20}}$ である.

(2) 曲線 C と x 軸および法線 ℓ で囲まれた図形の面積は

$$\log a + b \quad \left(a = \frac{\boxed{21} \sqrt{\boxed{22}}}{\boxed{23}}, \quad b = \frac{\boxed{24}}{\boxed{25}} \right)$$

である.

(3) (2) で定めた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積は

$$\frac{\boxed{26} \boxed{27}}{\boxed{28}} \pi^2 + \frac{\boxed{29} \boxed{30} \sqrt{\boxed{31}}}{\boxed{32} \boxed{33}} \pi$$

である.

〔計 算 用 余 白〕

3 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

p, q を実数の定数とし, x についての2次方程式

$$x^2 + px + q = 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

を考える. 2次方程式(*)が異なる2つの実数解 α, β ($\alpha < \beta$) をもち, かつ α, β が

$$\frac{\alpha}{2} \leq \beta \leq 2\alpha$$

を満たすとき, 以下の問に答えよ.

(1) 点 (p, q) のとりうる範囲を座標平面上に図示せよ.

(2) α, β がさらに

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) \leq 3$$

を満たすとする. このとき, p の値が最小となるような (p, q) を求めよ.

(3) (2) で求めた (p, q) に対して, 2次方程式(*)の解 α, β を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

4 解答を解答用紙(その3)の **4** 欄に記入せよ.

初項が1, 第10項が3である数列 $\{a_n\}$ が

$$a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n + 1 = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしている. $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)とおくとき, 以下の間に
答えよ.

- (1) b_{n+1} を b_n を用いて表せ.
- (2) b_n を n と b_1 を用いて表せ.
- (3) b_1 を求めよ.
- (4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

5 解答を解答用紙(その4)の **5** 欄に記入せよ.

以下の問に答えよ.

(1) 関数 $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べて, そのグラフを描け.

(2) k を自然数とする. 曲線 $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ と x 軸および2直線 $x = k$, $x = k + 1$ で囲まれた図形の面積を k を用いて表せ.

(3) 無限級数

$$\frac{1}{1^2 + 1} + \frac{2}{2^2 + 1} + \frac{3}{3^2 + 1} + \cdots + \frac{n}{n^2 + 1} + \cdots$$

の収束, 発散を調べよ.

〔計 算 用 余 白〕

