

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである.
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること. (ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている.)
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること. 指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない.
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない.
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない.
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること. 問題冊子は持ち帰ってよい.

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること. ただし，冊子を開いてはならない.

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－), 数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9	a	b	c	d	*
3	－	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。

〔計算用余白〕

〔計 算 用 余 白〕

1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

- (1) 11 で割ると 9 余り, 71 で割ると 10 余るような最小の自然数は

1

2

3

 である.

- (2) 11 で割ると 9 余り, 71 で割ると 10 余るような 4 桁の自然数は全部で

4

5

 個ある.

- (3) 11 で割ると 3 余り, 71 で割ると 12 余るような最小の自然数は

6

7

8

 である.

〔計 算 用 余 白〕

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

2 次方程式 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ の 2 つの実数解のうち小さい方を a , 大きい方を b とおき, $w = (a + bi)^2$ と定める. ただし, i は虚数単位である.

$\arg z$ は複素数 z の偏角を表し, その範囲は $0 \leq \arg z < 2\pi$ とする.

$$(1) \quad w = \boxed{9}\boxed{10}\sqrt{\boxed{11}} + \boxed{12}i$$

$$(2) \quad |w| = \boxed{13}, \quad \arg w = \frac{\boxed{14}}{\boxed{15}}\pi$$

$$(3) \quad |a + bi| = \boxed{16}\sqrt{\boxed{17}}, \quad \arg(a + bi) = \frac{\boxed{18}}{\boxed{19}\boxed{20}}\pi,$$

$$\cos \frac{\boxed{18}}{\boxed{19}\boxed{20}}\pi = \frac{\sqrt{\boxed{21}} - \sqrt{\boxed{22}}}{\boxed{23}}$$

〔計算用余白〕

3 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

点 O を中心とする半径 1 の円周上に相異なる 4 点 A, B, C, D があり, 点 O は線分 BC 上にあるとする. $\triangle ABD$ の重心を F , $\triangle ACD$ の重心を G とおく.
 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{d} = \overrightarrow{OD}$ とし, $k = \vec{a} \cdot \vec{d}$, $\ell = \vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{d})$ とおくと,
以下の問に答えよ.

(1) $\overrightarrow{OF}$ と $\overrightarrow{OG}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ を用いて表せ.

(2) $\overrightarrow{OF} \cdot \overrightarrow{OG}$ を k を用いて表せ.

(3) $|\overrightarrow{OF}|$ と $|\overrightarrow{OG}|$ を k , ℓ を用いて表せ.

(4) $|\overrightarrow{OF}| = |\overrightarrow{OG}|$ かつ $\cos \angle FOG = \frac{1}{6}$ であるとき, k の値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

4 解答を解答用紙(その3)の **4** 欄に記入せよ.

座標平面上に4点 $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(2, 2)$, $C(0, 2)$ がある. 線分 BC 上に点 C と異なる点 $P(t, 2)$ ($0 < t \leq 2$) をとる. さらに, 線分 OC 上に点 O , C と異なる点 Q を $\angle CQP = \angle OQA$ を満たすようにとる. 点 Q の座標を $(0, u)$ とするとき, 以下の問に答えよ.

- (1) u を t を用いて表せ.
- (2) t が $0 < t \leq 2$ の範囲を動くとき, u のとりうる値の範囲を求めよ.
- (3) $\triangle CQP$ の面積と $\triangle QOA$ の面積の和 $S(t)$ を t を用いて表せ.
- (4) t が $0 < t \leq 2$ の範囲を動くとき, (3) で求めた $S(t)$ の最大値と最小値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

5 解答を解答用紙(その4)の **5** 欄に記入せよ.

自然数 n に対して, 関数 $f_n(x)$ を以下のように定める.

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \cos x \\ f_n(x) &= \cos x + 2 \int_0^\pi t f_{n-1}(t) dt \quad (n = 2, 3, 4, \dots) \end{aligned}$$

さらに, 自然数 n に対して, $a_n = \int_0^\pi t f_n(t) dt$ とおくとき, 以下の問に答えよ.

- (1) a_1 を求めよ.
- (2) a_{n+1} を a_n を用いて表せ.
- (3) a_n を n を用いて表せ.

〔計 算 用 余 白〕

