

平成 29 年度一般入試前期日程

数 学 問 題 紙

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはいけません。
2. 数学の問題紙は、4 ページあります。
3. 解答用紙は4 枚、草案紙は1 枚あります。
4. 受験番号は、監督者の指示に従って、全ての解答用紙の指定された箇所に必ず記入しなさい。
5. 受験番号および解答以外のことを解答用紙に書いてはいけません。
6. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に書くこと。裏面に書かないこと。
7. 解答用紙のみを提出しなさい。問題紙、草案紙は持ち帰りなさい。

問題 1 n は正の整数とする. 点 $(n, 0)$ を通り, 曲線 $C: y = e^{-x}$ に接する直線を L_n とし, その接点を P_n とする. このとき, 次の問いに答えよ.

問 1 P_n の座標を求めよ.

問 2 L_n と L_{n+1} の交点を Q_n とする. Q_n の座標を求めよ.

問 3 2 直線 L_n , L_{n+1} および曲線 C で囲まれる部分の面積を S_n とおくと,
級数 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ の和を求めよ.

問題 2 a, b, c を実数とする. 3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ の 3 つの解を α, β, γ とする. これらの解は次の 4 つの条件を満たす.

(i) $\gamma = -\frac{1}{2}$

(ii) $|\alpha| = |\beta| = 1$

(iii) α の虚部は正である

(iv) 複素数平面上の点 $A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$ は同一直線 L 上にある

このとき, 次の問いに答えよ.

問 1 a, b, c および α, β の値を求めよ.

問 2 点 $P(z)$ が直線 L 上を動くとき, $w_1 = \frac{1+4z}{2z}$ で表される点 $Q(w_1)$ の軌跡を複素数平面上に図示せよ.

問 3 動点 $R(w_2)$ は, $\arg\left(\frac{\beta - w_2}{\alpha - w_2}\right) = \pm \frac{\pi}{2}$ を満たす.

このとき, $R(w_2)$ の軌跡を複素数平面上に図示するとともに, 問 2 で求めた $Q(w_1)$ との距離 $|w_1 - w_2|$ のとりうる値の範囲を求めよ.

問題 3 O を原点とする座標平面上に長さ 1 の線分 AB がある. 線分 AB の端点 A は x 軸上の $x \geq 0$ の部分を, 端点 B は y 軸上の $y \geq 0$ の部分を動くものとする. このとき, 次の問いに答えよ.

問 1 線分 AB が x 軸となす角 $\angle OAB$ が θ であるとき, 直線 AB を L_θ で表す. 直線 L_θ の方程式を求めよ. ただし, $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ である.

問 2 t は $0 < t \leq 1$ を満たす定数とする. 直線 $x=t$ と直線 L_θ との交点を P_θ とする. 点 P_θ の y 座標が最大となる θ を α とするとき, $\cos \alpha$ を t を用いて表せ.

問 3 点 P_α の直交座標 (x, y) を α を用いて表せ. また $\alpha = \frac{\pi}{4}$ のとき, 点 P_α の極座標を求めよ.

問 4 α が $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, 点 P_α の描く曲線を C とする. C 上の点 P_α における接線が L_α であることを示し, C の概形を図示せよ.

問題 4 ある駐車場には4つの駐車枠 A, B, C, D が, アルファベット順に1列に並んでいる. そして自動車は, 4 台が順に入場して, 空いている枠に次の確率で駐車する.

(i) B と C のうち先着の自動車が隣の枠に駐車している枠, および D には, 等しい確率で駐車する.

(ii) A に駐車する確率, および B と C のうち両隣が空いている枠に駐車する確率は, (i) の確率の 3 倍である.

このとき, 次の確率を求めよ. ただし, 1 台目の自動車が入場するときには, 4 つの枠はすべて空いている.

問 1 1 台目の自動車が A に駐車する確率

問 2 3 台目の自動車が入場したとき, B と D に自動車が駐車している確率

問 3 4 台目の自動車が入場したとき, C に自動車が駐車していない確率

