

平成20年度

数 学 (マークセンス) 試 験 問 題
(理工学専攻)

(注 意)

1. 解答用紙に、例にならって受験番号を必ず記入すること。

例

受験 番 号	神 奈 川	理	1 2 3
--------------	-------	---	-------

氏名を記入してはいけない。

2. 試験時間中は、すべて試験係官の指示に従うこと。

3. 解答方法

解答は、解答用紙に次の例にならって記入すること。

① 例えば、**1** と表示のある問題に対して (3) と解答する場合は、次の (例) のように解答用紙の **1** の (3) の○にはっきりと×印を記入すること。

(例) (1) (2) (3) (4) (5)
 1 ○ ○ ⊗ ○ ○

② (3) に×印を記入したあと、(5) に解答を変更する場合は、次の (例) のように (3) の⊗をぬりつぶし、(5) の○にはっきりと×印を記入すること。

(例) (1) (2) (3) (4) (5)
 1 ○ ○ ● ○ ⊗

③ (5) に×印を記入したあと、再度 (3) を解答とする場合は、次の (例) のように (5) の⊗をぬりつぶし、(3) の●のうえにはっきりと大きな×印を記入すること。

(例) (1) (2) (3) (4) (5)
 1 ○ ○ ⊗ ○ ●

④ ×印を記入しないものや、二つ以上記入したものは、誤りと同じに取り扱う。

- 1 関数 $y = -x^2 + 3x$ のグラフと x 軸とで囲まれた図形の面積を S とするとき、

$$\int_0^p |-x^2 + 3x| dx = 2S$$

を満たす実数 p の値は次のどれか。

- (1) 4
- (2) $\frac{9}{2}$
- (3) 5
- (4) $\frac{11}{2}$
- (5) 上のどれでもない。

- 2 $f(x) = x^2 + \int_0^1 (3x - 2t)f(t) dt$ を満たす関数 $f(x)$ は次のどれか。

- (1) $f(x) = x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{11}{12}$
- (2) $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{5}{12}$
- (3) $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{12}$
- (4) $f(x) = x^2 + \frac{7}{2}x - \frac{11}{12}$
- (5) 上のどれでもない。

- 3 整式 $P(x)$ を $x^3 - x$ で割ったときの余りが $(x+1)^2$ であるとき、 $P(P(x))$ を $x^2 + x$ で割ったときの余りは次のどれか。

- (1) $3x + 4$
- (2) $3x + 3$
- (3) $3x + 2$
- (4) $3x + 1$
- (5) 上のどれでもない。

4 3次関数 $f(x)$ について、 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$ 、 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 2$ が成立しているとき、極限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{(x-1)(x-2)}$ の値は次のどれか。

- (1) -5
- (2) -3
- (3) 3
- (4) 5
- (5) 上のどれでもない。

5 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 、 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 、 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ 、 $\tan \beta = \frac{1}{2}$ のとき、 $\alpha + \beta$ の値は次のどれか。

- (1) $\frac{\pi}{2}$
- (2) $\frac{\pi}{4}$
- (3) $\frac{\pi}{6}$
- (4) $\frac{\pi}{3}$
- (5) 上のどれでもない。

6 平面上のベクトル \vec{a} 、 \vec{b} について、 $|\vec{b}| = k|\vec{a}| \neq 0$ で、 $3\vec{a} + \vec{b}$ と $7\vec{a} - 4\vec{b}$ が垂直であり、 \vec{a} と \vec{b} のなす角が 60° のとき、実数 k の値は次のどれか。

- (1) $\frac{1}{2}$
- (2) $\sqrt{2}$
- (3) 2
- (4) 4
- (5) 上のどれでもない。

7 点 $P(x, y)$ から定点 $F(3, 0)$ への距離 PF と y 軸への距離 PH の比の値が $\frac{PF}{PH} = 2$ であるとき、点 P の軌跡は次のどれか。

(1) $\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

(2) $\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{y^2}{12} = 1$

(3) $\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$

(4) $\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

(5) 上のどれでもない。

8 $x^2 + y^2 \leq 9$ かつ $y \geq 0$ を満たす点 (x, y) に対し、 $y - x$ のとり得る値の範囲は次のどれか。

(1) $-3 \leq y - x \leq 3\sqrt{2}$

(2) $-3 \leq y - x \leq 3$

(3) $-3\sqrt{2} \leq y - x \leq 3\sqrt{2}$

(4) $-6 \leq y - x \leq 6$

(5) 上のどれでもない。

9 $\log_{10} 7$ の小数第 3 位以下を切り捨てた値は次のどれか。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(1) 0.82

(2) 0.83

(3) 0.84

(4) 0.85

(5) 上のどれでもない。

10 関数 $y = \frac{1}{x^x}$ ($x > 0$) の最大値を与える x の値は次のどれか。

- (1) e
- (2) $2e$
- (3) $\frac{1}{e}$
- (4) $\frac{1}{2e}$
- (5) 上のどれでもない。

11 極限 $\lim_{t \rightarrow 0} (1 + 2t)^{\frac{1}{t}}$ の値は次のどれか。

- (1) $e^{\frac{1}{2}}$
- (2) $e^{-\frac{1}{2}}$
- (3) e^2
- (4) e^{-2}
- (5) 上のどれでもない。

12 $x = 0$ で微分可能でない関数 $f(x)$ は次のどれか。

- (1) $f(x) = \begin{cases} x^{\frac{3}{2}} & (x \geq 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$
- (2) $f(x) = \begin{cases} -x^3 & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$
- (3) $f(x) = \begin{cases} \sin x & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$
- (4) $f(x) = \begin{cases} x^{\frac{3}{4}} & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$
- (5) $f(x) = \begin{cases} \sin^3 x & (x \geq 0) \\ -\sin^2 x & (x < 0) \end{cases}$

13 $100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + 96^2 - 95^2 + \dots + 2^2 - 1^2$ の値は次のどれか。

- (1) 5030
- (2) 5040
- (3) 5050
- (4) 5060
- (5) 上のどれでもない。

14 不等式 $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 > 0$ の解は次のどれか。

- (1) $x > 2$
- (2) $x < 0$
- (3) $x < 0$ または $x > 3$
- (4) $x < 0$ または $x > 2$
- (5) 上のどれでもない。

15 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ に関する記述

- (i) $A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ を満たし $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ なる実数 a, b が存在する,
- (ii) $A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ を満たし $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ なる実数 a, b が存在する,
- (iii) $A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ を満たし $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ なる実数 a, b が存在する,

について、正しく説明しているものは次のどれか。

- (1) (i), (ii) は正しいが, (iii) は正しくない。
- (2) (i), (iii) は正しいが, (ii) は正しくない。
- (3) (ii), (iii) は正しいが, (i) は正しくない。
- (4) (i), (ii), (iii) はすべて正しい。
- (5) (i), (ii), (iii) のいずれも正しくない。