

平成 20 年度

数 学 (記述式) 試 験 問 題 (2 頁中の 1)

(理工学専攻)

(注意) 解答用紙に途中の計算を明記せよ。解答枠の用意されている設問については枠内に解答を記入せよ。

1 $f(\theta) = 4(\sin^2 \theta + \cos \theta)$ について、次の問に答えよ。

- (1) $\cos \theta = x$ とおくと、 $f(\theta)$ を x の式で表せ。
- (2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ のとき、 $f(\theta)$ の最大値 M_1 、最小値 m_1 を求めよ。
- (3) $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ のとき、 $f(\theta)$ の最大値 M_2 、最小値 m_2 を求めよ。

2 2 つの不等式

$$|x - 9| - 1 \leq 2 \quad \dots\dots ①$$

$$|x - 4| \leq k \quad \dots\dots ②$$

について、次の問に答えよ。ただし、 k は正の定数とする。

- (1) ① を解け。
- (2) ①、② をともに満たす実数 x が存在するように、定数 k の値の範囲を求めよ。
- (3) ① の解が ② の解に含まれるように、定数 k の値の範囲を定めよ。

3 $\triangle ABC$ の辺 AB 、 AC の延長上に点 D 、 E をそれぞれ $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AC}$ となるようにとり、線分 BE と CD の交点を F とする。また、直線 AF と線分 BC 、 DE との交点をそれぞれ P 、 Q とする。

- (1) $\overrightarrow{AF} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ とするとき、 m 、 n の値を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{AP} = p\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AQ} = q\overrightarrow{AE}$ とするとき、 p 、 q の値を求めよ。
- (3) $\triangle ADQ$ の面積は $\triangle ABP$ の面積の何倍か。

4 a を実数として、2 つの 2 次関数のグラフ

$$C_1 : y = 2x^2$$

$$C_2 : y = -x^2 + 2x - a$$

は共有点を持たないとする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) a のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) 点 $(t, 2t^2)$ における C_1 の接線が C_2 と接するとき、 a を t の式で表せ。
- (3) C_1 、 C_2 の両方に接する 2 つの直線が垂直であるとき、 a の値を求めよ。

5 (1) $\cos x \neq 0$ のとき, $\tan^2 x - \frac{1}{\cos^2 x}$ の値を求めよ。

(2) 次の \square にあてはまる値を求めよ。

$$\int_0^2 \frac{8}{4+x^2} dx = \int_0^1 \frac{\square (i)}{1+t^2} dt \text{ であり, この定積分の値は } \square (ii) \text{ である。}$$

(3) 次の極限の値を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 8 \left(\frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2} \right)$$