

(注意) 解答用紙に途中の計算を明記せよ。解答枠の用意されている設問については枠内に解答を記入せよ。

1 実数 x, y について、関係式 $x^2 + xy + y^2 = 3$ が成り立つとする。このとき、次の間に答えよ。

- (1) $x + y = s, xy = t$ とおくとき、 t を s の式で表せ。
- (2) s のとり得る値の範囲を求めよ。
- (3) $x^2 + y^2 + x + y = k$ とおくとき、 k を s の式で表せ。
- (4) k のとり得る値の最大値 M と最小値 m を求めよ。

2 関数 $f(x) = 3\sin x + 4\cos x$ について、次の間に答えよ。ただし、 $0 \leq x \leq \pi$ とする。

- (1) $f(x) = r\sin(x + \alpha)$ と変形したとき、 r の値と $\cos \alpha, \sin \alpha$ の値を求めよ。ただし、 $r > 0, -\pi < \alpha \leq \pi$ とする。
- (2) $f(x)$ の最大値 M と最小値 m を求めよ。
- (3) (1) の r と α に対し、 $f(x) \geq \frac{r}{2}$ となる x の範囲を α を用いて表せ。

3 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3ax + b$ (a, b は定数) について、次の間に答えよ。

- (1) $f(x)$ が極値を持つような a の値の範囲を求めよ。
- (2) $f(x)$ の極大値と極小値の差が 32 となるとき、 a の値を求めよ。
- (3) (2) で求めた a の値に対し、 $f(x)$ の区間 $-4 \leq x \leq 4$ における最大値が 5 であるとする。このとき、 b の値とこの区間での $f(x)$ の最小値 m を求めよ。

4 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。

$$S_n = 1 - (2n^2 + n - 1)a_n \quad (n \geq 1)$$

が成り立つとき、次の間に答えよ。

- (1) $n \geq 2$ のとき、 a_n を a_{n-1} と n を用いて表せ。
- (2) a_n を n を用いて表せ。
- (3) $\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n}$ を求めよ。