平 成 30 年 度

（ページ数）
2 ページ

# 試験問題（記述式）──数　　学

**（注意）** 解答はすべて別紙解答用紙の定められた欄に書くこと。

---

**1** 以下の問に答えよ。

(1) すべての実数 $x$ について，$x^2 + |2x - a| - a > 0$ が成り立つような実数 $a$ の範囲を求めよ。

(2) 正十角形のすべての頂点を通る円の中心を O とする。O から 1 つの頂点までの長さが 2 であるとき，この正十角形の一辺の長さはいくらか。

(3) $X = 2^a 3^b$（$a$，$b$ は自然数），$Y = 5400$ とする。$X$ と $Y$ の最小公倍数が16200であり，ある自然数 $n$ に対し $X^n$ の約数が221個あるとする。このような $a$，$b$，$n$ について，$a + b + n$ はいくらか。

(4) 座標平面上の点 P，Q は円 $x^2 + y^2 = 1$ の円周上を動き，常に $\mathrm{PQ} = \sqrt{2}$ である。点 R を $(2,\ 3)$ としたとき，内積 $\overrightarrow{\mathrm{RP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{RQ}}$ の最小値はいくらか。

**2** 座標空間に球面 $x^2 + y^2 + z^2 - 4ax - 2y + az - 16a - 4 = 0$（$a$ は正の定数）と原点O，点A $(1,\ 3,\ 2)$，B $(-2,\ 1,\ 2)$ がある。このとき，以下の問に答えよ。ただし，球面上は球の内部とはみなさない。

(1) $\triangle$OAB が球の内部にあるような $a$ の範囲を求めよ。

(2) 辺 AB 上の 1 点が球面上にあるような $a$ の範囲を求めよ。ただし，O は球の内部にあるものとする。

**3** 表が出る確率が $p$ $(0 < p < 1)$ であるコインを投げ続け，表が初めて出るまでに $k$ 回裏が出る確率を $P_1(k)$，表が 2 回出るまでに $k$ 回裏が出る確率を $P_2(k)$ とする $(k = 0, 1, 2, 3, \cdots)$。このとき，以下の問に答えよ。ただし，$0 < x < 1$ のとき，$\lim_{n \to \infty} nx^n = 0$，$\lim_{n \to \infty} n^2 x^n = 0$ であることは証明なしに用いてよいものとする。

(1) $P_1(k)$，$P_2(k)$ を求めよ。

(2) $\lim_{n \to \infty} \sum_{k=0}^{n} kP_1(k)$ を求めよ。

(3) $\lim_{n \to \infty} \sum_{k=0}^{n} kP_2(k)$ を求めよ。

リサイクル適性Ⓐ
この印刷物は、印刷用の紙へ
リサイクルできます。