

平成9年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけない。
2. 監督者から解答を始めるよう合図があったら、まず最初に解答用紙の上部の所定欄には受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれぞれ必ず記入すること。
3. 次に、別紙（「問題の選択に関する注意」）を参照して、志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。
4. 解答用紙は、問題冊子とは別に印刷されているので、誤りのないように注意すること。
5. 解答用紙は裏面も使うことになっているから、注意すること。
6. 各問題とも必ず解答の過程を書き、解答欄が定められている場合には、答は所定の欄に記入すること。
7. この冊子は27頁であるから、落丁／乱丁または印刷の不備なものがあつたら、申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 退室の際には、解答用紙は記入の有無にかかわらず机の上に置いておくこと。
10. この冊子は持ち帰ってよい。

問題の選択に関する注意

1. 志望学部・学科等により、以下に示す問題に解答すること。
2. 問題 **13**, **14**, **15** には、「数学 A」,「数学 B」,「数学 C」の履修内容に応じた選択問題（問題番号に続く選択記号が [ア], [イ] または [ア], [イ], [ウ]）が出題されている。これらの問題については, [ア], [イ] または [ア], [イ], [ウ] の中から 1 題だけを選択し, 解答すること。
☆ 2 題以上解答したときは, 0 点になるので, 十分注意すること。
3. 問題 **16**, **17**, **18** には,「新教育課程範囲」の問題（問題番号に続く選択記号が [a]）と,「旧教育課程範囲」の問題（問題番号に続く選択記号が [b]）との選択問題が出題されている。これらの問題については, [a], [b] の中から 1 題だけを選択し, 解答すること。問題の選択は, 新教育課程履修者であるか, 旧教育課程履修者であるかによる制限はない。
☆ 2 題解答したときは, 0 点になるので, 十分注意すること。
4. 解答用紙の問題番号に続く選択記号欄には, 解答した問題の記号（[ア], [イ], [ウ], [a], [b]）を, 必ず記入すること。
☆ 選択記号の記入のないときは, 0 点になるので, 十分注意すること。

科目	学部・学科等	問題番号	選択方法
数学 I 数学 II 数学 A 代幾 基解	教育学部・小学校教員養成課程	1 , 2	2 問とも 必 答
	中学校教員養成課程		
	理科専攻	13 - [ア]	いずれか 1 問 を 選択し, 解答せよ。
	中学校教員養成課程	13 - [イ]	
	家庭科専攻		
	養護学校教員養成課程	16 - [a]	いずれか 1 問 を 選択し, 解答せよ。
	幼稚園教員養成課程	16 - [b]	
数学 I 数学 II 数学 A 数学 B 代幾 基解 (確統)	文学部・行動科学科	2 , 3	2 問とも 必 答
	教育学部・中学校教員養成課程	14 - [ア]	いずれか 1 問 を 選択し, 解答せよ。
	技術科専攻	14 - [イ]	
	法経学部・法学科	16 - [a]	いずれか 1 問 を 選択し, 解答せよ。
	経済学科	16 - [b]	
	工学部 A・建築学科	1 , 4	2 問とも 必 答
	工学部 B・建築学科	14 - [ア]	いずれか 1 問 を 選択し, 解答せよ。
		14 - [イ]	
	園芸学部・生物生産科学科	14 - [ウ]	
	緑地・環境学科	17 - [a]	いずれか 1 問 を 選択し, 解答せよ。
	園芸経済学科	17 - [b]	

科目	学部・学科等	問題番号	選択方法
数学 I	理学部・生物学科	1, 3, 5	3問とも必 答
数学 II	地球科学科 工学部 B・機械工学科 情報工学科 電気電子工学科	15 - [ア] 15 - [イ] 15 - [ウ] 17 - [a] 17 - [b]	いずれか 1問 を 選択し, 解答せよ。 いずれか 1問 を 選択し, 解答せよ。
数学 III	理学部・物理学科 化学科	5, 6, 7	3問とも必 答
数学 A	医学部・医学科 薬学部・総合薬品科学科 工学部 A・工業意匠学科	15 - [ア] 15 - [イ] 15 - [ウ]	いずれか 1問 を 選択し, 解答せよ。
数学 B	機械工学科 情報工学科 電気電子工学科	15 - [ア] 15 - [イ] 15 - [ウ]	いずれか 1問 を 選択し, 解答せよ。
数学 C	応用化学科 機能材料工学科 画像工学科	18 - [a] 18 - [b]	いずれか 1問 を 選択し, 解答せよ。
代幾	教育学部・ 中学校教員養成課程 数学科専攻	5, 8, 9, 10 15 - [ア] 15 - [イ] 15 - [ウ] 17 - [a] 17 - [b]	4問とも必 答 いずれか 1問 を 選択し, 解答せよ。 いずれか 1問 を 選択し, 解答せよ。
基解			
確統	理学部・ 数学・情報数理学科	6, 7, 11, 12 15 - [ア] 15 - [イ] 15 - [ウ] 18 - [a] 18 - [b]	4問とも必 答 いずれか 1問 を 選択し, 解答せよ。 いずれか 1問 を 選択し, 解答せよ。
微積			

1 $\angle B = 2\theta$, $\angle C = \theta$ である三角形 ABC がある。

(1) $\sin \theta$ の値の範囲を求めよ。

(2) $\sin \theta = \frac{1}{3}$ のとき、 $\sin 3\theta$ の値を求めよ。

(3) $\frac{3CA + 2AB - BC}{AB}$ の値が最大となるとき、 $\sin \theta$ の値を求めよ。

2

$$F(a) = \int_0^a |x + a - 2| dx \quad \left(\frac{1}{2} \leq a \leq 2\right)$$

とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $F(1)$ を求めよ。
- (2) $F(a)$ を求めよ。
- (3) $F(a)$ の最小値を求めよ。

3 関数 $f(x) = x^3 - 3x$ がある。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P(a, f(a))$ ($a > 0$) における接線を l 、 l と $y = f(x)$ との交点の x 座標を b とする。

(1) 接線 l の方程式を求めよ。

(2) t を $b < t < a$ をみたす実数とする。直線 $x = t$ と、 $y = f(x)$ および l との交点を、それぞれ Q および R とする。線分 QR の長さが最大になるような t の値を求めよ。

(3) (2) のとき、線分 QR 、線分 RP および曲線 $y = f(x)$ によって囲まれる部分の面積 S を求めよ。

4 2つの関数を

$$y = |x| \quad \dots\dots ①$$

$$y = ax^2 + b \quad \dots\dots ②$$

とする。ここで a, b は定数である。

- (1) ①, ② のグラフが異なる4点で交わるための条件を、 a, b を用いて表せ。
- (2) (1) のとき、①, ② のグラフが囲む3つの部分の面積を、左から順に S_1, S_2, S_3 とするとき、 $S_1 + S_3 = S_2$ が成り立つための条件を、 a, b を用いて表せ。

5 次のような数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ がある。

$$a_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$$

$$b_n = \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \cdots + \frac{1}{4n}$$

- (1) $a_{4n} = b_n$ を示せ。
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ の値を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ の値を求めよ。

- ⑥ xy 平面上を速さ 1 で自由に動くことのできる点 P があって、直線 $y = \sqrt{3}x$ 上を動くときのみ速さ 2 で動くことができる。このとき、動点 P が原点 O を出発して、点 $A(2, \sqrt{3})$ にいたるまでの最小時間を求めよ。

- 7 変数 θ が 0 から π まで変化するとき、次の媒介変数表示で与えられる図形を C とする。ただし a は正の定数とする。

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ のとき

$$x = a \sin \frac{3\theta}{2}, \quad y = 2a \quad \dots\dots ①$$

$\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}$ のとき

$$\left. \begin{aligned} x &= a \left(\sin^2 \frac{3\theta}{2} - \cos^2 \frac{3\theta}{2} \right) \\ y &= 2a \left(1 - 4 \sin^2 \frac{3\theta}{2} \cos^2 \frac{3\theta}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots ②$$

$\frac{2\pi}{3} \leq \theta \leq \pi$ のとき

$$x = a \cos \frac{3\theta}{2}, \quad y = 2a \quad \dots\dots ③$$

- (1) C はどんな図形を表わすか。 xy 平面上に図示せよ。
(2) 点 $(0, 1)$ を中心とする円が、①、②、③ の表わす図形のすべてと接するとき、 a の値とこの円の半径を求めよ。

8 不等式 $a \leq x \leq y \leq a+1$ によって表わされる xy 平面上の領域を D とする。

(1) $a=1$ のとき、 D を図示せよ。

(2) 不等式 $y \leq 2-x^2$ の表わす領域を E とする。このとき $D \subseteq E$ が成り立つための a の値の最大値および最小値を求めよ。

9 原点 O から出発して、数直線上を動く点 P がある。点 P は、硬貨を投げて表が出たら $+3$ だけ移動し、裏が出たら $+2$ だけ移動する。硬貨をつぎつぎと投げていき、 P の座標がはじめて 11 以上になったときまでに投げた回数を X とする。

- (1) $X = 4$ となる確率を求めよ。
- (2) X の期待値 $E[X]$ を求めよ。

10 a を正の定数とする。サイクロイド

$$x = a(\theta - \sin \theta), \quad y = a(1 - \cos \theta) \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

上に点 P をとったとき、 P における接線が x 軸となす角が $\frac{\pi}{6}$ であったとする。原点を O とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 接点 P の座標を求めよ。
- (2) サイクロイド上の弧 $\widehat{OP}$ の長さを求めよ。
- (3) 接点 P から x 軸におろした垂線 PH と、 x 軸および弧 $\widehat{OP}$ によって囲まれる部分の面積 S を求めよ。

11

$$I(a) = \int_0^\pi \frac{a \sin \theta}{(a^2 - 2a \cos \theta + 1)^{\frac{3}{2}}} d\theta \quad (a > 1)$$

とする。

(1) $I(a)$ を求めよ。

(2) $\sum_{n=2}^{\infty} I(n)$ の値を求めよ。

12 ひし形 ABCD において、対角線 AC の長さを 3, $\angle DAC = 30^\circ$ とする。
このひし形の内部にあり、中心を線分 AC 上にもつ円 $K_0, K_1, K_2, \dots$
が次の条件をみたすとする。

- (i) 円 K_0 は辺 AB, AD に接する。
- (ii) 円 K_1 は辺 CB, CD に接し、 K_0 と外接する。
- (iii) 一般に円 K_n は辺 CB, CD に接し、 K_{n-1} に外接する
($n = 2, 3, 4, \dots$)。
- (iv) 円 K_n の中心を O_n と書くとき、 $CO_n > CO_{n+1}$ とする
($n = 0, 1, 2, \dots$)。

円 K_n の半径を r_n 、面積を S_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) r_0, r_1 の間に成り立つ関係式と、 r_0 のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $n \geq 1$ のとき、 S_{n+1} と S_n との間に成り立つ関係式を求めよ。
- (3) $\sum_{n=0}^{\infty} S_n$ を最小にする r_0 の値を求めよ。

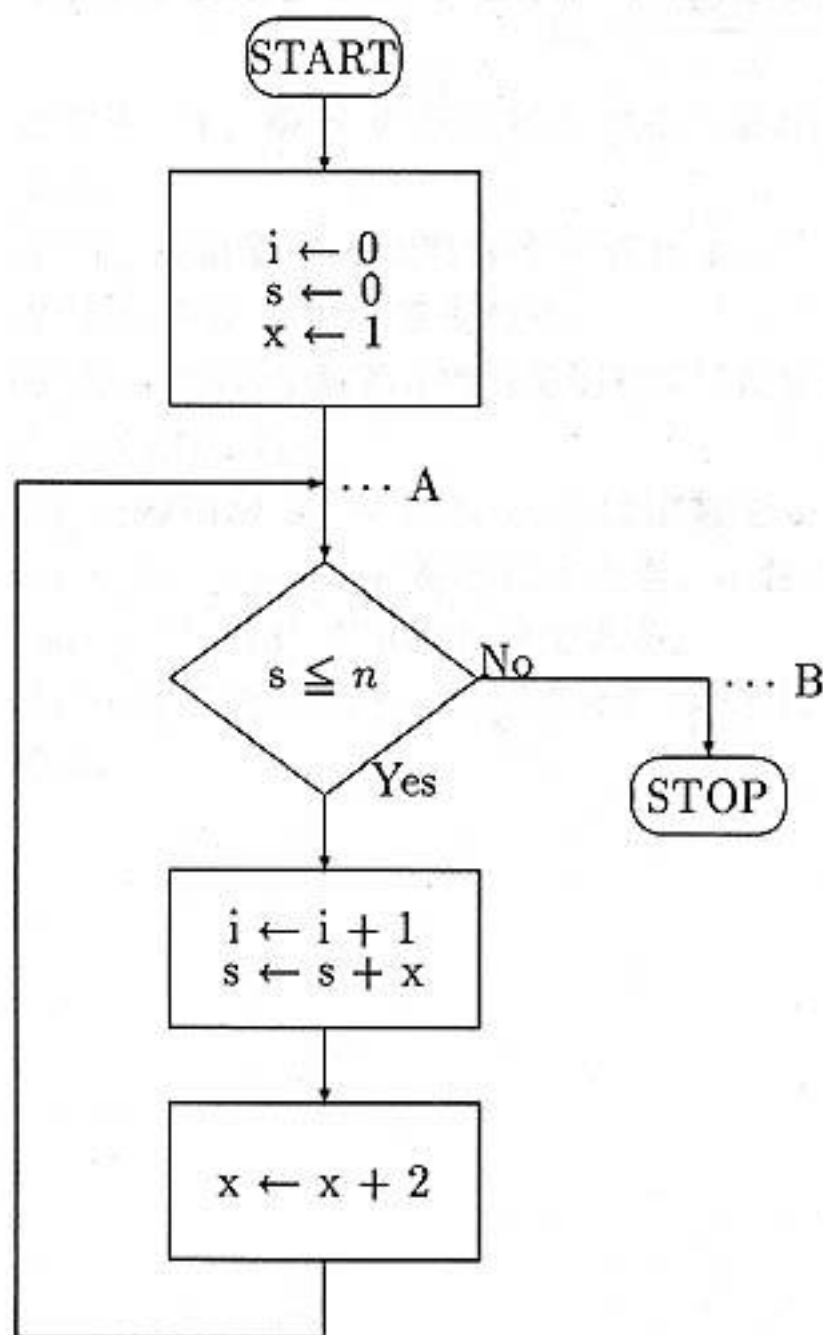
13-[ア] 次のような数列がある。

$$\frac{2^2 - 1^2}{1^2}, \quad \frac{3^2 - 2^2}{2^2 + 1^2}, \quad \frac{4^2 - 3^2}{3^2 + 2^2 + 1^2}, \quad \frac{5^2 - 4^2}{4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2}, \quad \dots\dots\dots$$

- (1) 第 100 項の値を求めよ。
- (2) 初項から第 N 項までの和が、はじめて 5.94 を越えるとき、 N の値を求めよ。

13-[イ] 下の流れ図に対応するプログラムについて、以下の問いに答えよ。

- (1) k 回目に A 点にきたときの i, x, s の値を、 k を用いて表せ。
- (2) B 点に到達したときの i の値を、 n を用いて表せ。ただし $n \geq 0$ とする。



14-[ア] $\triangle ABC$ で、 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = b, \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = c$ とする。

ただし $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$ は $\overrightarrow{CA}$ と $\overrightarrow{AB}$ の内積を表すものとする。

(1) (i) $a = 0$ ならば、 $\triangle ABC$ はどんな三角形か。

(ii) $b = c$ ならば、 $\triangle ABC$ はどんな三角形か。

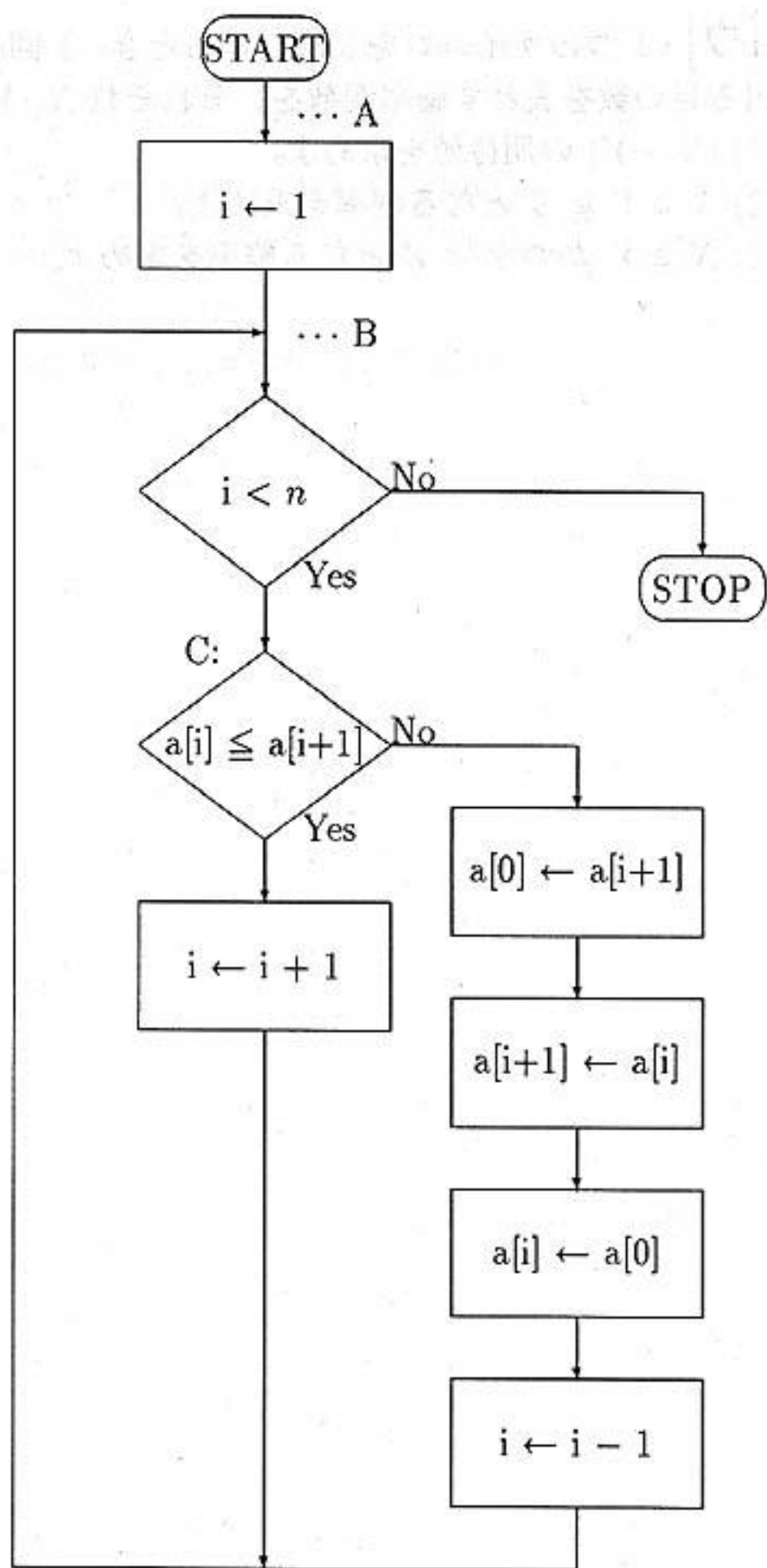
(2) (i) $a + b = -|\overrightarrow{AB}|^2$ を示せ。

(ii) $\triangle ABC$ の面積を、 a, b, c を用いて表せ。

14-[イ] 配列 (添え字付き変数) a において、 $a[1], a[2], \dots, a[n]$ には、値 $1, 2, \dots, n$ がそれぞれちょうど1つずつ入っている。このとき次頁の流れ図に対応するプログラムについて、以下の問いに答えよ。

(1) $n = 4$ とし、A 点においては $a[0] = 0, a[1] = 3, a[2] = 1, a[3] = 4, a[4] = 2$ であったとする。このプログラムの実行開始から終了までの、B 点における i の値と $a[k]$ の値 ($k = 0, 1, 2, 3, 4$) の変化を示す表を作成せよ。

(2) C 点の判定 $a[i] \leq a[i+1]$ の回数は、 $a[k]$ ($k = 1, 2, \dots, n$) の初期値により異なる。この判定回数が最も少ない場合と、最も多い場合について、それぞれの判定回数を n を用いて表せ。またそのような $a[k]$ ($k = 1, 2, \dots, n$) の初期値の例をそれぞれ示せ。



14-[ウ] 1つのサイコロを3回投げるとき、1回目、2回目、3回目に出る目の数を表わす確率変数を、それぞれ X, Y, Z とする。

- (1) $|X - Y|$ の期待値を求めよ。
- (2) $X \geq Y \geq Z$ となる確率を求めよ。
- (3) $X \geq Y$ かつ $Y < Z$ となる確率を求めよ。

- 15-[ア] 四面体 $OABC$ において、 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ はいずれも $\angle O$ を直角とする二等辺三角形で、 $OA = 1$ とする。点 P が辺 AB 上を動くとき、点 Q , R は $AP : PB = PQ : QC = CR : RA$ をみたしながら、それぞれ PC 上、 CA 上を動くとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $AP : PB = t : 1 - t$ と書くとき、以下の問いに答えよ。
- (1) $\overrightarrow{OQ} = u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c}$ と書くとき、 u, v, w を t を用いて表わせ。
 - (2) $\overrightarrow{OQ}$ と $\overrightarrow{OR}$ の内積を、 t を用いて表わせ。
 - (3) $\overrightarrow{OQ}$ と $\overrightarrow{OR}$ の内積の最大値を求めよ。

15-[イ] 関数 $f(x) = 4 - x^2$ の定積分の値 $S = \int_0^1 f(x)dx$ を求めるための近似計算を考える。2以上の整数 n に対して、

$$A_n = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f\left(\frac{i}{n}\right), \quad B_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f\left(\frac{i}{n}\right),$$

$$T_n = \frac{A_n + B_n}{2}$$

とおき、 T_n を S の近似値とする。また T_n の誤差の絶対値を E_n とする。

(1) T_n を計算する流れ図を作成せよ。

(2) E_n を n を用いて表わせ。

(3) E_n の値の小数第5桁目を切りすてた値を e_n とするとき、 e_{10}, e_{20}, e_{40} の値を求めよ。

(4) 一般項が $a_n = an^k$ (a, k は定数で $n \geq 2$) で与えられる数列が、 $a_{10} = e_{10}$, $a_{20} = e_{20}$ をみたすとき、 a および k の値を求めよ。ただし e_{10}, e_{20} は、(3) で求めた値である。

(5) (4) で求めた a_n の値を 10^{-6} 以下にするための n の最小値を求めよ。

15-[ウ] 袋の中に、1 から n までの整数がそれぞれ 1 つずつ書かれた n 個の玉がはいっている ($n \geq 2$)。この袋から玉を 1 つずつとり出す実験を 3 回行う。ただし 1 回の実験が終わるたびに、玉を袋にもどすものとする。1 回目、2 回目、3 回目にとり出された玉に書かれている数字を表わす確率変数を、それぞれ X, Y, Z とする。

- (1) $|X - Y|$ の期待値を求めよ。
- (2) $X \geq Y \geq Z$ となる確率を求めよ。
- (3) $X \geq Y \geq Z$ となる確率と、 $X \geq Y$ かつ $Y < Z$ となる確率が等しくなる n の値を求めよ。

16-[a] 原点 O から出発して、数直線上を動く点 P がある。点 P は、硬貨を投げて表が出たら $+3$ だけ移動し、裏が出たら $+2$ だけ移動する。硬貨を 5 回投げるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 点 P の座標が 11 である確率を求めよ。
- (2) 点 P の座標が 12 以上である確率を求めよ。
- (3) 点 P の座標の期待値を求めよ。

16-[b] 空間内に

$$\text{平面 } \alpha : \frac{x}{2} + y + z = a$$

および

$$\text{球面 } S : x^2 + y^2 + z^2 = b^2$$

があって、 α と S は円 C で交わる。ただし a, b は定数で、 $b > 0$ とする。

(1) a, b のみたす関係式を求めよ。

(2) 円 C の中心の座標を a で表せ。

(3) a, b が整数で、円 C の面積が $\frac{5}{9}\pi$ のとき、 a, b の値を求めよ。

17-[a] 複素数平面上の異なる2点 z_1, z_2 に対して、 $z = az_1 + bz_2$ を考える。ただし $a \geq 0, b \geq 0$ とする。

(1) $a + b = 1$ とし、 $|z_1| = 2\sqrt{3}, |z_2| = \sqrt{6}, \arg \frac{z_1}{z_2} = 45^\circ$ とする。このとき点 z が動いてできる図形の長さ l を求めよ。

(2) z_1, z_2 が (1) の条件をみたすとする。 $2 \leq a + b \leq 3$ のとき、点 z が動いてできる図形の面積 S を求めよ。

(3) z_1, z_2 は $z_1 = -2 + 2i, |z_2 - 2i| = 1$ をみたすとする。 $a + b = 1$ のとき、複素数 z の偏角の最大値および最小値を求めよ。

17-[b] 1 次変換

$$f : \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ m & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

と、直線

$$\ell : y = ax + b$$

がある。 f によって ℓ 上の点はまた ℓ 上の点に移るとき、以下の問いに答えよ。

- (1) m の値が最小になるとき、 a, b の値を求めよ。
- (2) a, b, m が整数であり、 f によって直線 ℓ 上のすべての 2 点間の距離が変わらないとき、 a, b, m の値を求めよ。

18-[a] 2つの、実数を係数とする x の二次方程式

$$x^2 + ax + a + 3 = 0 \quad \dots\dots ①$$

$$x^2 + (b + 3)x - b = 0 \quad \dots\dots ②$$

の4つの解が、複素数平面上で平行四辺形の4頂点となるための条件を考える。

(1) ①, ② の一方が実数解をもち、他方が実数解をもたない場合に、平行四辺形をなすための a, b がみたすべき条件を求め、それを ab 平面上に図示せよ。

(2) ①, ② がともに実数解をもたない場合に、平行四辺形をなすための a, b がみたすべき条件を求め、それを ab 平面上に図示せよ。

□18-[b] 空間内に3点 $A(1, 1, 1)$, $B(1, -1, 1)$, $C(0, 0, 1)$ をとり、直線 ℓ を

$$\ell \quad : \quad \frac{x-3}{a} = \frac{y-2}{b} = z-2$$

とする。直線 ℓ が三角形 ABC の内部または周と共有点をもつとき、点 (a, b) の存在範囲を ab 平面上に図示せよ。