

平成 10 年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけない。
2. 監督者から解答を始めるよう合図があったら、まず最初に解答用紙の上部の所定欄には受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれぞれ必ず記入すること。
3. 次に、別紙（「問題の選択に関する注意」）を参照して、志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。
4. 解答用紙は、問題冊子とは別に印刷されているので、誤りのないように注意すること。
5. 解答用紙は裏面も使うことになっているから、注意すること。
6. 各問題とも必ず解答の過程を書き、解答欄が定められている場合には、答は解答欄に記入すること。
7. この冊子は 21 頁であるから、落丁／乱丁または印刷の不備なものがあつたら申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 退室の際には、解答用紙は記入の有無にかかわらず机上に置いておくこと。
10. この冊子は持ち帰ってよい。

問題の選択に関する注意

1. 志望学部・学科等により、以下に示す問題に解答すること。
2. 問題 8、9、10、11 には、「数学A」、「数学B」、「数学C」の履修内容に応じた選択問題（問題番号に続く選択記号が [ア]、[イ] または [ア]、[イ]、[ウ]）が出題されている。これらの問題については、[ア]、[イ] または [ア]、[イ]、[ウ] の中から1題だけを選択し、解答すること。
☆ 2題以上解答したときは、0点になるので、十分注意すること。
3. 問題 12、13 には、「新教育課程範囲」の問題（問題番号に続く選択記号が [a]）と、「旧教育課程範囲」の問題（問題番号に続く選択記号が [b]）との選択問題が出題されている。これらの問題については、[a]、[b] の中から1題だけを選択し、解答すること。問題の選択は、新教育課程履修者であるか、旧教育課程履修者であるかによる制限はない。
☆ 2題解答したときは、0点になるので、十分注意すること。
4. 解答用紙の問題番号に続く選択記号欄には、解答した問題の記号（[ア]、[イ]、[ウ]、[a]、[b]）を、必ず記入すること。
☆ 選択記号の記入のないときは、0点になるので、十分注意すること。

科目	学部・学科等	問題番号	選択方法
数学 I 数学 II 数学 A 代幾 基解	教育学部・小学校教員養成課程	1 、 2 、 3	3問とも必 答
	中学校教員養成課程 理科専攻 中学校教員養成課程 家庭科専攻 養護学校教員養成課程 幼稚園教員養成課程	8 - [ア] 8 - [イ]	いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。
	文学部・行動科学科	2 、 3	2問とも必 答
	教育学部・中学校教員養成課程 技術科専攻	9 - [ア] 9 - [イ]	いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。
	法経学部・法学科 経済学科	12 - [a] 12 - [b]	いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。
代幾 基解 (確統)	工学部 A・建築学科 工学部 B・建築学科	2 、 3 10 - [ア] 10 - [イ]	2問とも必 答 いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。
	園芸学部・生物生産科学科 緑地・環境学科 園芸経済学科	10 - [ウ] 12 - [a] 12 - [b]	いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。
数学 I 数学 II	理学部・生物学科 地球科学科 工学部 B・機械工学科 情報工学科 電気電子工学科	2 、 3 、 4 10 - [ア] 10 - [イ] 10 - [ウ] 12 - [a] 12 - [b]	3問とも必 答 いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。 いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。
	理学部・物理学科 化学科 医学部・医学科 薬学部・総合薬品科学科 工学部 A・工業意匠学科 機械工学科 情報工学科 電気電子工学科 応用化学科 機能材料工学科 画像工学科	2 、 3 、 5 11 - [ア] 11 - [イ] 11 - [ウ] 13 - [a] 13 - [b]	3問とも必 答 いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。 いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。
	教育学部・ 中学校教員養成課程 数学科専攻	1 、 3 、 5 、 6 11 - [ア] 11 - [イ] 11 - [ウ] 13 - [a] 13 - [b]	4問とも必 答 いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。 いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。
	理学部・ 数学・情報数理学科	3 、 5 、 6 、 7 11 - [ア] 11 - [イ] 11 - [ウ] 13 - [a] 13 - [b]	4問とも必 答 いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。 いずれか 1問 を 選択し、解答せよ。
微積			

1 実数 x が

$$-1 \leq \log_2(3x - 1) \leq 3$$

をみたしているとき、関数

$$f(x) = (\log_2 x)^2 - \log_2 x$$

の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値をそれぞれ求めよ。

2 与えられた実数 a, b のうち、大きくない方を $\min\{a, b\}$ で表すことにする。関数 $f(x) = x^3 - 7x$ に対して

$$g(x) = \min\{f(x+1), f(x-1)\}$$

とおく。

(1) $0 \leq x \leq 3$ のとき、 $y = g(x)$ が最大となる x の値、および最小となる x の値をそれぞれ求めよ。

(2) 2つのグラフ $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

- 3** 座標平面において、2点 P, Q をそれぞれ直線 $x = -1, x = 2$ 上の点とし、直線 PQ が円 $x^2 + y^2 = 1$ に接するように動くものとする。このとき、2点 P, Q の y 座標がともに整数であるような P, Q の組をすべて求めよ。

4 1 次関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が

$$f_1(x) = x + 1,$$

$$x^2 f_{n+1}(x) = x^3 + \int_0^x t f_n(t) dt$$

をみたしている。

(1) $f_n(x)$ を求めよ。

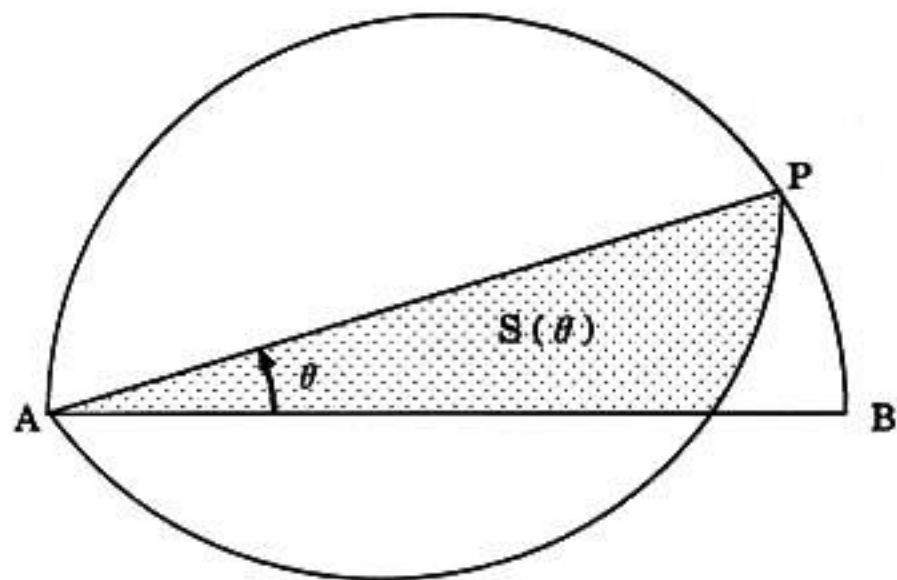
(2) $a > 0$, $b_n = f_n(a^n)$ としたとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{b_{n+1}}$ を求めよ。

5 AB を直径とする半径 1 の半円がある。P を半円周上の動点とし、 $\angle PAB = \theta$ とおくとき、P は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ をみたす範囲を動く。直径 AB と弦 AP と弧 $\widehat{PB}$ で囲まれた部分の面積を $T(\theta)$ で表す。

(1) $T(\theta)$ を求めよ。

(2) P が半円周上を $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ の範囲で動くとき、下図のように、線分 AP を折り目にしてこの半円を折り重ね、重なった部分の面積を $S(\theta)$ とおく。このとき、 $S(\theta)$ を $T(\theta)$ と $T(2\theta)$ を用いて表せ。

(3) (2) の $S(\theta)$ の最大値を与える θ の値を α とするとき、 $\cos 2\alpha$ の値を求めよ。



6 $n = 0, 1, 2, \dots$ に対し

$$f_n(x) = \left(\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}} \right)^n,$$

$$a_n = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f_n(x) dx$$

とおく。

(1) a_n と a_{n-2} の関係式 ($n \geq 2$) を導き, それを利用して a_n ($n \geq 0$) を求めよ。

(2) $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ で $0 \leq f_{n+1}(x) \leq f_n(x)$ であることを利用して,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n}}{a_{2n+1}} = 1$ を示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdots (2n-1)^2 (2n+1)}{2^2 \cdot 4^2 \cdots (2n)^2} = \frac{2}{\pi}$ を示せ。

7 A, B, r, s は実数の定数であり, $AB \neq 0$ であるとして, 関数

$$f(x) = A \cos(rx) + B \sin(sx)$$

を考える。次の (a) と (b) は同値であることを示せ。

(a) すべての実数 x に対して, $f(x + 2\pi) = f(x)$ が成り立つ。

(b) r, s はともに整数である。

8 - **[ア]** $\{a_n\}$ を初項 a , 公差 d の等差数列で, a_2, a_5, a_{14} が等比数列をなすようなものとする。ただし, d は 0 でないとする。

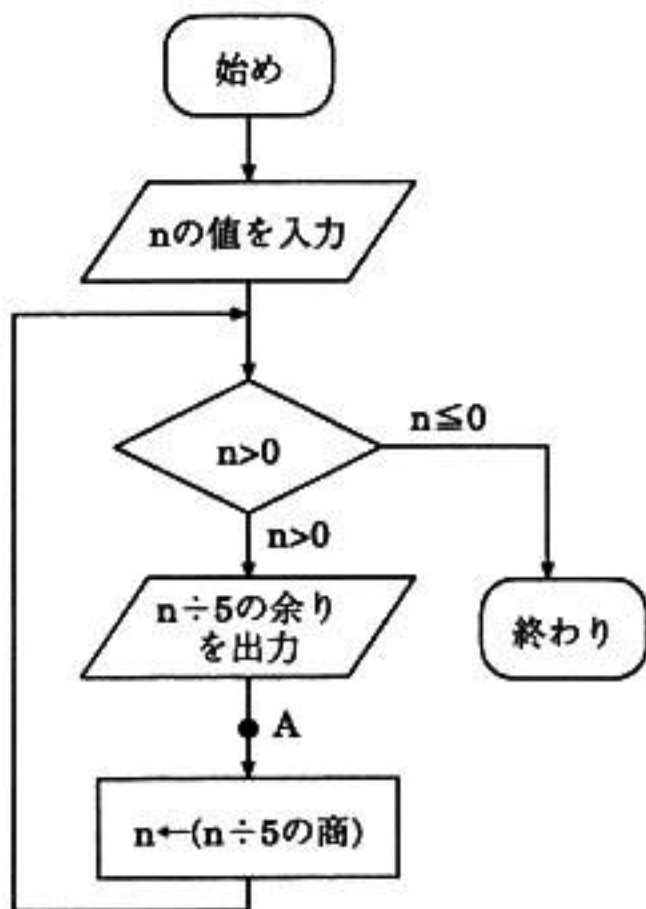
(1) a と d の関係を求めよ。

(2) $\{a_n\}$ の中の相異なるどの 2 項の積もまたこの数列に含まれるような a はどんな数か。

8 - **イ** 下の流れ図は、正の整数1つを入力したとき、1つ以上の整数を出力する手順を表している。この流れ図について、以下の問いに答えよ。ただし、この流れ図の中の割り算は0以上の整数の範囲で行う。

(1) 123 を入力したとき、出力される整数を書け。2回以上の出力がある場合は、出力される順番に書け。

(2) k を自然数とする。ある入力に対して点 A をちょうど k 回通過するとき、その入力の最大値と最小値を書け。



9 - [A] 空間に、同一直線上にない 3 点 O, A, B と 1 点 P がある。 O, A, B を通る平面を α とし、点 P は α 上にはないとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$ とおき、

$$|\vec{a}| = \sqrt{2}, \quad |\vec{b}| = \sqrt{2},$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -1, \quad \vec{p} \cdot \vec{a} = 2, \quad \vec{p} \cdot \vec{b} = -2$$

とする。

- (1) $\vec{p} - s\vec{a} - t\vec{b}$ が平面 α に垂直になるように実数 s, t を定めよ。
- (2) 平面 α に関して点 P と対称な点を Q とするとき、ベクトル $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{p}$ を用いて表せ。
- (3) 三角形 OPQ の面積が $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ のとき、 $\vec{p}$ の大きさ $|\vec{p}|$ を求めよ。

9 - [イ] 正の整数 n が与えられたとき

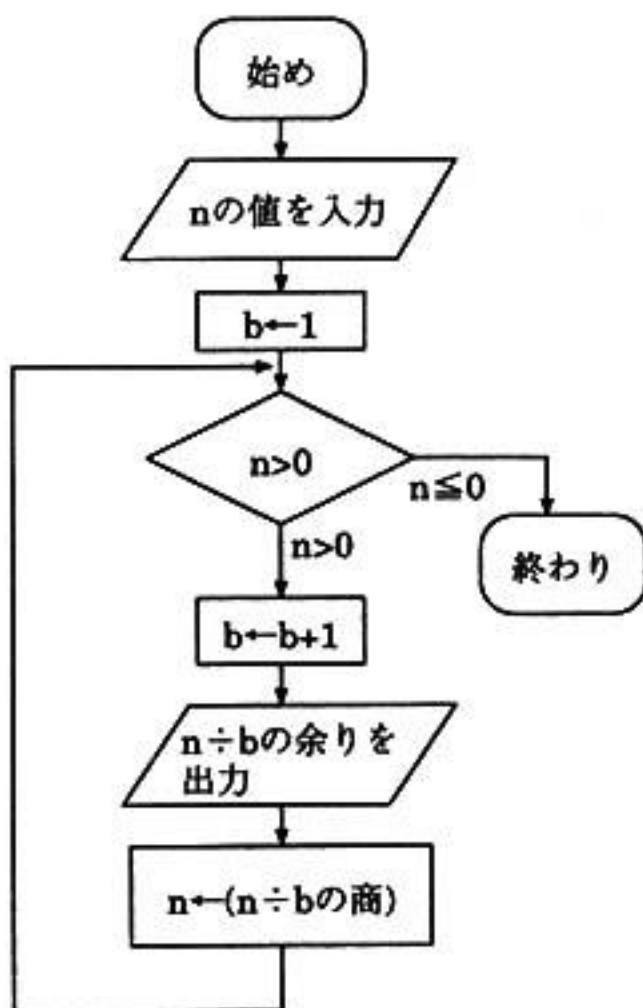
$$n = \sum_{i=1}^k a_i i! \quad (0 \leq a_i \leq i) \quad \dots\dots (*)$$

をみたす整数 $a_1, a_2, \dots, a_k$ を求めるため、下の流れ図を書いた。ただし、この流れ図の中の割り算は 0 以上の整数の範囲で行う。

(1) $n = 197$ を入力したとき、出力される整数を書け。2 回以上の出力がある場合は、出力される順番に書け。

(2) 終了したときの b の値を、終了したときまでに出力された値の個数 k を使って表せ。

(3) 出力される値が $a_1, a_2, \dots, a_k$ のとき、これらが (*) をみたすことを示せ。



10 - [A] 空間に、同一直線上にない 3 点 O, A, B と 1 点 P がある。 O, A, B を通る平面を α とし、点 P は α 上にはないとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$ とおき、

$$|\vec{a}| = \sqrt{2}, \quad |\vec{b}| = \sqrt{2},$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -1, \quad \vec{p} \cdot \vec{a} = 2, \quad \vec{p} \cdot \vec{b} = -2$$

とする。

- (1) $\vec{p} - s\vec{a} - t\vec{b}$ が平面 α に垂直になるように実数 s, t を定めよ。
- (2) 平面 α に関して点 P と対称な点を Q とするとき、ベクトル $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{p}$ を用いて表せ。
- (3) 三角形 OPQ の面積が $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ のとき、 $\vec{p}$ の大きさ $|\vec{p}|$ を求めよ。

10 - [イ] 正の整数 n が与えられたとき

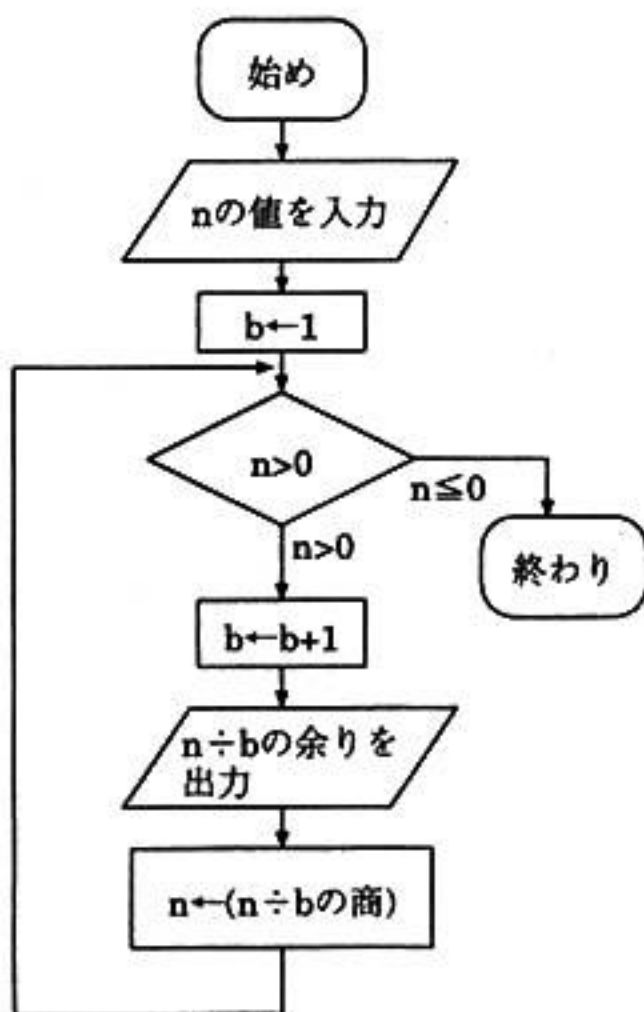
$$n = \sum_{i=1}^k a_i i! \quad (0 \leq a_i \leq i) \quad \cdots \cdots (*)$$

をみたす整数 $a_1, a_2, \dots, a_k$ を求めるため、下の流れ図を書いた。ただし、この流れ図の中の割り算は 0 以上の整数の範囲で行う。

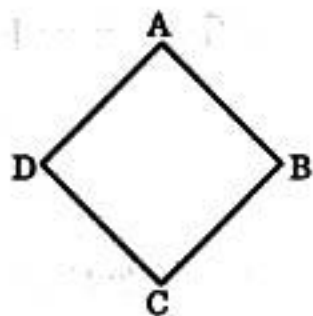
(1) $n = 197$ を入力したとき、出力される整数を書け。2 回以上の出力がある場合は、出力される順番に書け。

(2) 終了したときの b の値を、終了したときまでに出力された値の個数 k を使って表せ。

(3) 出力される値が $a_1, a_2, \dots, a_k$ のとき、これらが $(*)$ をみたすことを示せ。



10 - [ウ] 右図のような正方形 ABCD からなる経路において、A から出発して8回の移動をする動点 P を考える。ここで、1回の移動とは1つの頂点からとなりの頂点に進むこととし、 $\frac{1}{2}$ ずつの確率で進む方向を決める。



- (1) 最後に P が A にある確率を求めよ。
- (2) P が C を訪問する回数の平均を求めよ。
- (3) P が少なくとも1度は C を訪問するという条件の下で、最後に P が A にある条件つき確率を求めよ。

11 - [ア] 平面上の三角形 OAB は, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおくと
き, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$ をみたすとする。辺 AB を
1 : 2 に内分する点を P とし, 直線 OP に関して A と対称な点を Q,
OQ の延長と AB の交点を R とおく。

(1) $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{OR}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(3) $\triangle PQR$ の面積を求めよ。

11 - [イ] 方程式 $x^2 = 7$ の解の近似計算を考える。 $f(x) = x^2 - 7$ とおく。初期値 $a_1 (\neq 0)$ と漸化式

$$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$$

から数列 $a_1, a_2, a_3, \dots$ が得られる。初期値 a_1 を適切にとれば、この数列は方程式 $x^2 = 7$ の解を近似する。

(1) $a_1 = 3$ のとき、 $f(a_3)$ の値の小数第 4 桁目を切り捨てた値を求めよ。

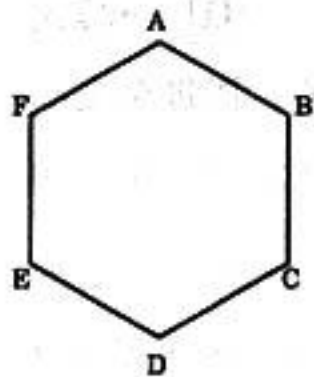
(2) 上の数列を計算する手順を表す流れ図を書け。ただし、 a_1 と n を入力とし、数列の第 n 項 a_n を出力とせよ。また、 n には必ず 1 以上の整数が入力されることが保証されているものとする。

(3) $a_1 = 3$ のとき近似される解を α とする。このとき、1 以上のすべての整数 n に対して

$$0 < \frac{a_{n+1} - \alpha}{(a_n - \alpha)^2} < \frac{1}{4}$$

が成り立つことを示せ。

11 - [ウ] 右図のような六角形 ABCDEF からなる経路において、A から出発して6回の移動をする動点 P を考える。ここで、1回の移動とは1つの頂点からとなりの頂点に進むこととし、 $\frac{1}{2}$ ずつの確率で進む方向を決める。



- (1) 最後に P が A にある確率を求めよ。
- (2) P が C を訪問する回数の平均を求めよ。
- (3) P が少なくとも1度は C を訪問するという条件の下で、最後に P が A にある条件つき確率を求めよ。

12 - **[a]** 複素数平面において、原点を中心とする半径1の円の円周を C 、内部を D 、外部を E とする (D , E は円周 C を含まない)。また、 $1 + a\bar{b} \neq 0$ となる複素数 a, b に対し、 $z = \frac{a+b}{1+a\bar{b}}$ とおく。

(1) a, b がともに D 内にあるとき、 $1 + a\bar{b} \neq 0$ であることを示せ。また、 a, b がともに E 内にあるときも、 $1 + a\bar{b} \neq 0$ であることを示せ。

(2) a, b がともに D 内にあるとき、 z も D 内にあることを示せ。また、 a, b がともに E 内にあるときも、 z は D 内にあることを示せ。

(3) $1 + a\bar{b} \neq 0$ となる複素数 a, b に対し、 a または b が C 上にあることは、 z が C 上にあるための必要十分条件であることを示せ。

12 - **[b]** 座標空間内に 3 点 $O(0, 0, 0)$, $A(3, 2, 1)$, $B(1, 2, -3)$ および球面

$$S : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 45$$

があって, 3 点 O, A, B は平面 α 上にあるとする。

(1) 平面 α の方程式を求めよ。

(2) 平面 α に平行で, 球面 S に接する平面の方程式を求めよ。

13 – **[a]** 複素数 z に対して複素数 w を $w = \frac{2iz}{z - \alpha}$ で定める。ただし、 α は 0 でない複素数の定数とする。

(1) 点 z が α 以外のすべての複素数を動くとき、点 w のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) 点 z がある円周 C 上を動くとき、点 w は原点 O を中心とする半径 1 の円周を描くものとする。このとき、円周 C の中心と半径を α を用いて表せ。また、円周 C の中心が i のとき、 α の値を求めよ。

(3) α は (2) で求めた値とする。点 z が実軸上を動くとき、点 w の描く図形を求めよ。

13 - **[b]** 行列 $\begin{pmatrix} a & 1-a \\ b & 2-b \end{pmatrix}$ で表される座標平面上の 1 次変換を f とする。 $A(1, 1)$, $B(2, 2)$, $C(0, 4)$ を座標平面上の 3 点とし、それらを f でうつした点をそれぞれ A' , B' , C' とする。

(1) 三角形 ABC の f による像が線分 $A'B'$ となるような (a, b) の範囲を ab 平面上に図示せよ。

(2) 不等式 $x \geq 3$, $y \geq 1$ で表される領域を D とする。三角形 ABC の f による像が領域 D と共有点を持つような (a, b) の範囲を ab 平面上に図示せよ。