

平成11年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけない。
2. 監督者から解答を始めるよう合図があったら、まず最初に解答用紙の上部の
所定欄には受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれ
ぞれ必ず記入すること。
3. 次に、別紙(「問題の選択に関する注意」)を参照して、志望学部・学科等
により解答すべき問題の番号を確認すること。
4. 解答用紙は、問題冊子とは別に印刷されているので、誤りのないように注意
すること。
5. 解答用紙は裏面も使うことになっているから、注意すること。
6. 各問題とも必ず解答の過程を書き、解答欄が定められている場合には、答は
解答欄に記入すること。
7. この冊子は19頁であるから、落丁／乱丁または印刷の不備なものがあつた
ら申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 退室の際には、解答用紙は記入の有無にかかわらず机上に置いておくこと。
10. この冊子は持ち帰ってよい。

問題の選択に関する注意

1. 志望学部・学科等により、以下に示す問題に解答すること。
2. 問題 **10**, **11**, **12**, **13** には、「数学 A」, 「数学 B」, 「数学 C」の履修内容に応じた選択問題が出題されている。これらの問題については, [ア], [イ] または [ア], [イ], [ウ] の中から 1 題だけを選択し, 解答すること。
 ☆ 2 題以上解答したときは, 0 点になるので, 十分注意すること。
3. 解答用紙の問題番号に続く選択記号欄では, 解答する問題の記号 ([ア], [イ], [ウ]) を, 丸で囲むこと。
 ☆ 選択記号を丸で囲っていないときは, 0 点になるので, 十分注意すること。

科目	学部・学科等	問題番号
数学 I 数学 II 数学 A	教育学部・小学校教員養成課程 中学校教員養成課程 理科, 家庭科専攻 養護学校教員養成課程 幼稚園教員養成課程	1 2 3 10 [ア] [イ] (選択)
数学 I 数学 II 数学 A 数学 B	文学部・行動科学科 教育学部・中学校教員養成課程 技術科専攻 法経学部 園芸学部	2 3 4 11 [ア] [イ] (選択) 2 3 4 12 [ア] [イ] [ウ] (選択)
数学 I 数学 II 数学 III 数学 A 数学 B 数学 C	理学部・生物学科, 地球科学科 工学部 A コース・都市環境システム学科 デザイン工学科 理学部・物理学科, 化学科 医学部 薬学部 工学部 A コース・電子機械工学科 情報画像工学科 物質工学科 教育学部・中学校教員養成課程 数学科専攻 理学部・数学・情報数理学科	2 3 5 7 12 [ア] [イ] [ウ] (選択) 5 6 7 8 13 [ア] [イ] [ウ] (選択) 1 3 5 7 8 13 [ア] [イ] [ウ] (選択) 5 6 7 8 9 13 [ア] [イ] [ウ] (選択)

1 不等式

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 \leq 0$$

の表す領域 D と

$$ax - 2y + 2a = 0$$

で表される直線 l がある。

(1) D を図示せよ。

(2) a の値にかかわらず l は定点を通ることを示し、その定点を求めよ。

(3) l が D と共有点をもつとき、 a の最大値および最小値を求めよ。

$$a_1 = 1, \quad a_n \neq 0$$

$$a_n = S_n^2 - S_{n-1}^2 \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

で与えられる数列 $\{a_n\}$ がある。

ただし、 S_n は $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和である。

(1) a_2 を求めよ。

(2) S_n を求めよ。

(3) a_n を求めよ。

3

直線 $y = -x$ と放物線 $y = x^2 + 2x$ とで囲まれた図形を D とする。

- (1) D の面積 S_1 を求めよ。
- (2) D を x 軸の正の方向に m だけ平行移動して、不等式

$$y \geq -2x + 3$$

の表す領域に含まれるように移す。 m の最小値 m_1 を求めよ。

- (3) m_1 を (2) で求めた最小値とする。 D を x 軸の正の方向に m_1 だけ平行移動するとき、 D が通過する範囲を図示し、その面積 S_2 を求めよ。

4 複素数平面上で複素数 $0, 1+i, \alpha, \beta$ の表す点をそれぞれ O, P, A, B とする。三角形 OPA は正三角形、三角形 PAB は直角二等辺三角形で点 B は三角形 OPA の内部にある。

(1) 複素数 α を求めよ。

(2) α の実部が正のとき、複素数 β を求めよ。

- 5** 複素数平面上に三角形 ABC があり，その頂点 A, B, C を表す複素数をそれぞれ z_1, z_2, z_3 とする。複素数 w に対して，

$$z_1 = wz_3, \quad z_2 = wz_1, \quad z_3 = wz_2$$

が成り立つとき，次の各問に答えよ。

- (1) $1 + w + w^2$ の値を求めよ。
- (2) 三角形 ABC はどんな形の三角形か。
- (3) $z = z_1 + 2z_2 + 3z_3$ の表す点を D とすると，三角形 OBD はどんな形の三角形か。ただし，O は原点である。

$$a_1 = 1, \quad a_n \neq 0$$

$$a_n = 3(\sqrt{S_n} - \sqrt{S_{n-1}}) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

で与えられる数列 $\{a_n\}$ がある。ただし、 S_n は $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和である。

(1) a_2 を求めよ。

(2) $\sqrt{S_n}$ を求めよ。

(3) a_n を求めよ。

(1) $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ とするとき, $R(\theta)R(\theta') = R(\theta + \theta')$ を証明せよ。

(2) 2つの行列

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & -a_2 \\ a_2 & a_1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 & -b_2 \\ b_2 & b_1 \end{pmatrix}$$

を考える。ただし, (a_1, a_2) と (b_1, b_2) はともに円 $x^2 + y^2 = 1$ 上にあり a_1, a_2, b_1, b_2 はすべて正の数とする。次の2つの等式

$$\begin{aligned} A^3 &= B^2 \\ AB &= \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

が成り立つとき A, B を求めよ。

8

 $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ に対し,

$$f_n(x) = \frac{\sin nx}{\sin x} \quad (0 < x \leq \frac{\pi}{2})$$

$$f_n(0) = n$$

で与えられる関数の列 $\{f_n(x)\}$ と $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_n(x) dx$ からなる数列 $\{I_n\}$ とがある。

(1) $f_n(x)$ は $x = 0$ で連続であることを示せ。

(2) $I_{n+1} - I_{n-1}$ を n の式で表せ。

(3) $S_m = \sum_{k=1}^m \frac{(-1)^k}{2k-1}$ とするとき, I_n を S_m を用いて表せ。

9 $8n^3 + 40n$ が $2n + 1$ で割り切れるような正整数 n をすべて求めよ。

10 - **[ア]** 正の数 p, q, r が次の 3 条件

$$(i) \quad (p+1)(q+1)(r+1) = 1440$$

$$(ii) \quad (p-1)(q-1)(r-1) = 720$$

$$(iii) \quad p^2 + q^2 + r^2 = 507$$

をみたす。

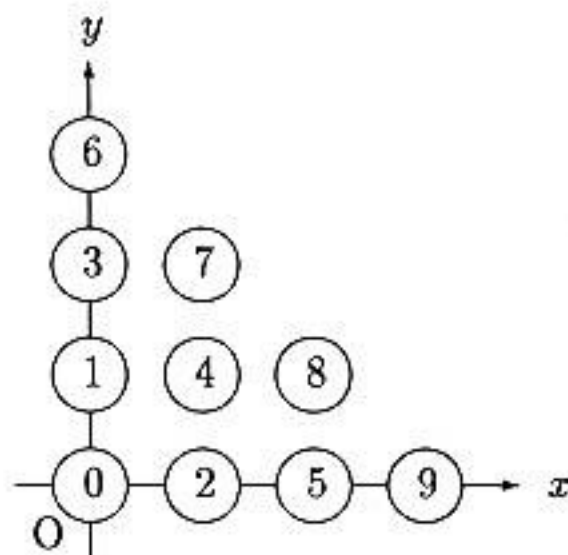
(1) $pq + qr + rp$ の値を求めよ。

(2) p, q, r が素数のとき, p, q, r の値を求めよ。ただし, $p \leq q \leq r$ とする。

10 - [イ]

座標平面上で x 座標, y 座標がともに整数である点を格子点という。

0 以上の整数を順に下の図のように $x \geq 0, y \geq 0$ の範囲の格子点上に配置していく。例えば, 整数 7 は座標 $(1, 2)$ に配置される。



- (1) 直線 $x + y = k$ 上に配置されている整数の個数を求めよ。
- (2) 0 以上の整数 p を入力したとき, p が配置される座標 (x, y) を出力するプログラムの流れ図を作成せよ。

11 - **[ア]** 三辺の長さが $OA = 2$, $OB = 3$, $AB = \sqrt{7}$ の三角形 OAB がある。 OA の中点を M とし, B を始点とする半直線 BM 上に $BP = tBM$ となる点 P をとり, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ と t を用いて表せ。

(2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

(3) $AP \perp BM$ となるとき t の値を求めよ。

12 - **[ア]** 三辺の長さが $OA = 2$, $OB = 3$, $AB = \sqrt{7}$ の三角形 OAB がある。 OA の中点を M とし, B を始点とする半直線 BM 上に $BP = tBM$ となる点 P をとり, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ と t を用いて表せ。

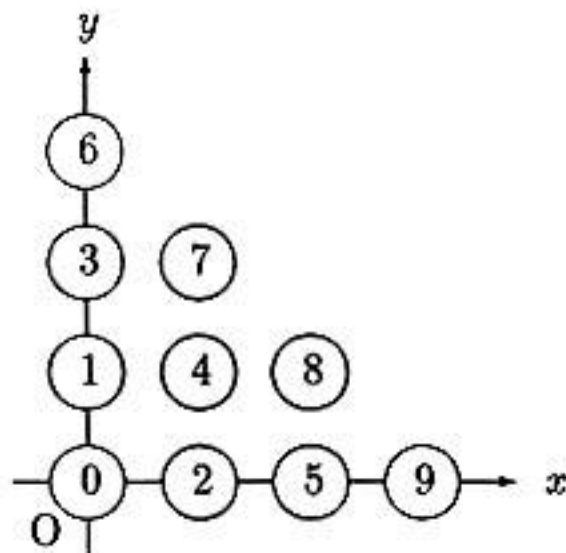
(2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

(3) $AP \perp BM$ となるとき t の値を求めよ。

12 - [イ]

座標平面上で x 座標, y 座標がともに整数である点を格子点という。

0 以上の整数を順に下の図のように $x \geq 0, y \geq 0$ の範囲の格子点上に配置していく。例えば, 整数 7 は座標 (1, 2) に配置される。



- (1) 直線 $x + y = k$ 上に配置されている整数の個数を求めよ。
- (2) 0 以上の整数 p を入力したとき, p が配置される座標 (x, y) を出力するプログラムの流れ図を作成せよ。

12 - [ウ] 次のゲームを考える。

最初に A は 3 枚, B は 2 枚の硬貨を投げ,

A が投げた硬貨の表の枚数の 2 倍を A の得点,

B が投げた硬貨の表の枚数の 3 倍を B の得点

とする。

得点の多い方を勝ちとし, 同点の場合は引き分けとする。

引き分けた場合には, A は 2 枚, B は 1 枚の硬貨を投げ,

A が投げた硬貨の表の枚数の 3 倍を A の得点,

B が投げた硬貨の表の枚数の 6 倍を B の得点

とする。

得点の多い方を勝ちとし, 同点の場合は引き分けとする。

- (1) 最初の硬貨投げでの A の得点の平均と分散を求めよ。
- (2) 最初の硬貨投げで A が勝つ確率を求めよ。
- (3) このゲームで A が勝つ確率を求めよ。

13 - **[ア]** 四面体 OABC において

$$OA = 3, OB = 4, OC = 6,$$

$$\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 60^\circ$$

とする。OA を $t : 1 - t$ の比に内分する点を D, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき、次の問に答えよ。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。
- (2) $\angle BDC = \theta$ としたとき $\cos \theta$ を t の式で表せ。
- (3) 三角形 BDC の面積の最小値を求めよ。

13 - [イ]

(1) $f(x)$ が 2 次式のとき, $\int_a^b f(x)dx$ を, $a, b, f(a), f\left(\frac{a+b}{2}\right), f(b)$ で表す式を導け。

(2) 次の (i), (ii) のいずれかを選択して答えよ。

(i) $I = 2 \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) dx$ の計算を区分的に 2 次式で近似するため

(1) で導いた公式を用いる。区間 $1 \leq x \leq 2$ を n 個の区間に等分割したときの I の近似値を I_n と書く。誤差 $|I_1 - I|$ および $|I_2 - I|$ を小数第 5 位を四捨五入し, 小数第 4 位まで求めよ。

(ii) (1) で導いた公式を用いて, 区間 $a \leq x \leq b$ を n 等分して,

$$I = \int_a^b f(x)dx$$

を近似計算するプログラムの流れ図を作成せよ。

13 – **[ウ]** 袋の中に赤玉4個，白玉2個がはいっている。元にもどさないで，1回に1個ずつ取り出していく。赤玉または白玉のどちらかの玉をすべて取り出すまでの回数を X とする。

- (1) X の最小値とその値を取る確率を求めよ。
- (2) X の最大値とその値を取る確率を求めよ。
- (3) X の平均を求めよ。