

平成30年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

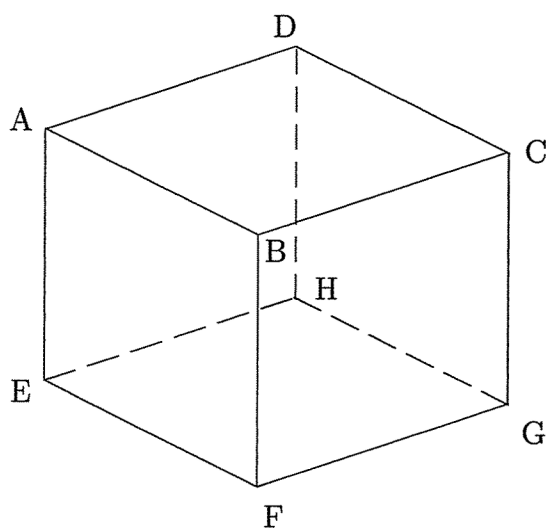
1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので、この冊子を裏返して必ず読み、志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし、この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から指示があったら、解答用紙の上部の所定欄に受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれぞれ記入しなさい。その他の欄に記入してはいけません。
4. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがあります。
5. 解答は、解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも、特に指示がないかぎり、必ず解答の過程を書き、結論を明示すること。小問に分けられているときには、小問の結論を明示すること。
7. この冊子は12頁です。落丁、乱丁または印刷不備があったら申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、持ち帰ってはいけません。
10. この冊子は持ち帰りなさい。

1 a を実数とし, $f(x) = 2x^2 - 4ax + 3a^2 - 4a + 1$ とする。

(1) x に関する 2 次方程式 $f(x) = 0$ が実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

(2) a のどんな値に対しても $f(2 + \sqrt{5}) > 0$ であることを示せ。

- 2** 下図のような 1 辺の長さが 2 の立方体 ABCD-EFGH に対して、対角線 AG と DF の交点を O とする。線分 AO 上の点 P と線分 DO 上の点 Q が $OQ = 2AP - 1$ を満たしながら動くとき、 $\triangle OPQ$ の面積の最大値を求めよ。ただし点 P, Q は点 O とは一致しないものとする。



- 3** $n^{2018} + 2$ が 6 の倍数となるような, $n \geq 2017$ を満たす自然数 n のうち, 3 番目に小さいものを求めよ。

4 箱の中に n 枚のカードが入っている。ただし $n \geq 3$ とする。そのうち 1 枚は金色, 1 枚は銀色, 残りの $(n - 2)$ 枚は白色である。この箱からカードを 1 枚取り出し, その色が金なら 50 点, 銀なら 10 点, 白なら 0 点と記録し, カードを箱に戻す。この操作を繰り返し, 記録した点の合計が k 回目にはじめてちょうど 100 点となる確率を $P(k)$ とする。

- (1) 確率 $P(4)$ を求めよ。
- (2) 確率 $P(6)$ を求めよ。
- (3) 確率 $P(11)$ を求めよ。

5 a を正の数とし, t は $0 \leq t < a$ を満たす数とする。点 $(t, (t-a)^2)$ における曲線 $y = (x-a)^2$ の接線と, x 軸 および y 軸で囲まれた領域を $D(t)$ とする。

- (1) 領域 $D(t)$ の表す図形の面積を a および t を用いて表せ。
- (2) 領域 $D(t)$ の表す図形の面積の最大値, およびそのときの t の値を a を用いて表せ。
- (3) s は $0 \leq s \leq t$ を満たす数とする。領域 $D(t)$ と領域 $D(s)$ を合わせてできる領域 $D(t) \cup D(s)$ の表す図形の面積の最大値, およびそのときの s と t の値を a を用いて表せ。

6 初項が 1 で公差が 6 である等差数列 $1, 7, 13, \dots$ の第 n 項を a_n とし、また初項が 3 で公差が 4 である等差数列 $3, 7, 11, \dots$ の第 m 項を b_m とする。2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_m\}$ に共通に現れる数すべてを小さい順に並べてできる数列を $\{c_k\}$ とし、2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_m\}$ の少なくとも 1 つの項になっている数すべてを小さい順に並べてできる数列を $\{d_\ell\}$ とする。したがって $c_1 = 7$ であり、また数列 $\{d_\ell\}$ のはじめの 5 項は $1, 3, 7, 11, 13$ となる。

(1) 数列 $\{c_k\}$ の一般項を求めよ。

(2) d_{1000} および d_{1001} の値を求めよ。

7 初項が 1 で公差が 6 である等差数列 $1, 7, 13, \dots$ の第 n 項を a_n とし、また初項が 3 で公差が 4 である等差数列 $3, 7, 11, \dots$ の第 m 項を b_m とする。2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_m\}$ に共通に現れる数すべてを小さい順に並べてできる数列を $\{c_k\}$ とし、2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_m\}$ の少なくとも 1 つの項になっている数すべてを小さい順に並べてできる数列を $\{d_\ell\}$ とする。したがって $c_1 = 7$ であり、また数列 $\{d_\ell\}$ のはじめの 5 項は $1, 3, 7, 11, 13$ となる。

(1) 数列 $\{c_k\}$ の一般項を求めよ。

(2) 数列 $\{d_\ell\}$ の一般項を求めよ。

(3) 数列 $\{d_\ell\}$ の初項から第 ℓ 項までの和 $S_\ell = \sum_{i=1}^{\ell} d_i$ を求めよ。

8 正方形 ABCD の辺を除く内部に、 $PA \perp PB$ を満たす点 P がある。

ベクトル $\overrightarrow{PC}$ を $x\overrightarrow{PA} + y\overrightarrow{PB}$ と表すとき、以下の問いに答えよ。

(1) $\alpha = \frac{|\overrightarrow{PB}|}{|\overrightarrow{PA}|}$ とするとき、 x, y を α を用いて表せ。

(2) 点 P が題意の条件を満たしながら動くとき、(1) で求めた x, y の和 $x + y$ の最大値を求め、そのときの P がどのような点かを答えよ。

- 9** 箱の中に n 枚のカードが入っている。ただし $n \geq 3$ とする。そのうち 1 枚は金色, 1 枚は銀色, 残りの $(n - 2)$ 枚は白色である。この箱からカードを 1 枚取り出し, その色が金なら 50 点, 銀なら 10 点, 白なら 0 点と記録し, カードを箱に戻す。この操作を繰り返し, 記録した点の合計が k 回目にはじめてちょうど 100 点となる確率 $P(k)$ を求めよ。

10

(1) 次の定積分を求めよ。

$$f(x) = \int_0^x e^{t-x} \sin(t+x) dt$$

(2) (1) で求めた x の関数 $f(x)$ に対し, 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ を求めよ。

11 n を 3 以上の自然数として, n 枚のカード $C_1, C_2, \dots, C_{n-1}, C_n$ がある。初めにこれらのカードを下から $C_n, C_{n-1}, \dots, C_2, C_1$ の順番に積み上げておく。いちばん上にあるカードが C_1 で, いちばん下が C_n である。積み上げられたカードに対して以下の試行を繰り返す。いちばん上にあるカードを取ってそれを残りのいずれかのカードの下に入れるか, またはいちばん上に戻す。どの位置におくかの確率はすべて等しいものとする。

$k = 1, 2, \dots$ について, k 回の試行の後にカード C_1 が上から数えて ℓ 番目にある確率を $P(k, \ell)$ ($\ell = 1, 2, \dots, n$) で表し, また k 回の試行の後にカード C_2 が上から数えて ℓ 番目にある確率を $Q(k, \ell)$ で表す。例えば $P(1, \ell)$ は ℓ によらず $\frac{1}{n}$ に等しい。以下の問いに答えよ。

(1) $P(2, \ell)$ を求めよ。

(2) $P(k, \ell)$ を求めよ。

(3) $Q(k, \ell)$ を求めよ。

12 複素数 $z = \cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9}$ に対し, $\alpha = z + z^8$ とおく。 $f(x)$ は整数係数の 3 次多項式で, 3 次の係数が 1 であり, かつ $f(\alpha) = 0$ となるものとする。ただし, すべての係数が整数である多項式を, 整数係数の多項式という。

(1) $f(x)$ を求めよ。ただし, $f(x)$ がただ 1 つに決まることは証明しなくてよい。

(2) 3 次方程式 $f(x) = 0$ の α 以外の 2 つの解を, α の 2 次以下の, 整数係数の多項式の形で表せ。

問題の選択に関する注意

志望学部・学科等により，以下に示す番号の問題に解答すること。

科目	学 部 ・ 学 科 等	解答する問題番号
数学 I 数学 A	教育学部 小学校教員養成課程 中学校教員養成課程 (技術科教育分野) 特別支援教育教員養成課程 幼稚園教員養成課程	1 2 3 4
	国際教養学部 文学部 法政経学部 園芸学部 先進科学プログラム	2 4 5 6
数学 I 数学 II 数学 A 数学 B	人文学科 (行動科学コース) 食料資源経済学科 植物生命科学関連分野 人間科学関連分野	
	教育学部 中学校教員養成課程 (数学科教育分野) 先進科学プログラム 化学関連分野	2 3 4 5 6 8
数学 I 数学 II 数学 III 数学 A 数学 B	理学部 物理学科，化学科 生物学科，地球科学科	5 7 8 9
	工学部 園芸学部 園芸学科，応用生命化学科 緑地環境学科	10
	薬学部 先進科学プログラム 物理学関連分野 工学関連分野	
	医学部	7 8 10 11 12
	理学部 数学・情報数理学科	5 7 8 10 11 12