

- (1) $\angle APB = \theta$ とおく.

$\triangle APB$ と $\triangle APD$ で正弦の定理より,

$$2R_1 = \frac{5}{\sin \theta}, 2R_2 = \frac{2}{\sin(\pi - \theta)} = \frac{2}{\sin \theta}$$

ゆえに,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{5}{2} \quad (\text{答})$$

- (2) $\angle ABC = \varphi$ とおく.

$\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ で余弦の定理より,

$$AC^2 = 25 + 16 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos \varphi = 41 - 40 \cdot \cos \varphi$$

$$AC^2 = 4 + 16 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos(\pi - \varphi) = 20 + 16 \cdot \cos \varphi$$

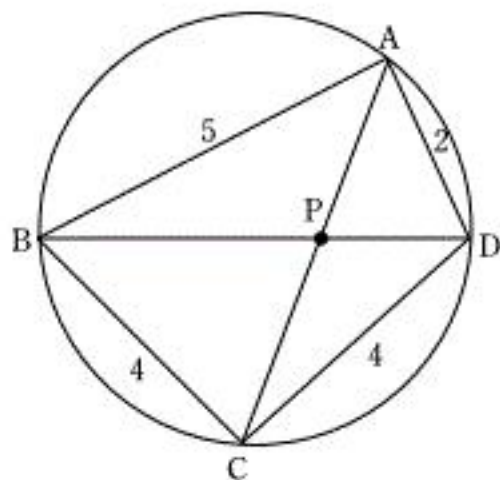
ゆえに,

$$41 - 40 \cdot \cos \varphi = 20 + 16 \cdot \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{3}{8}$$

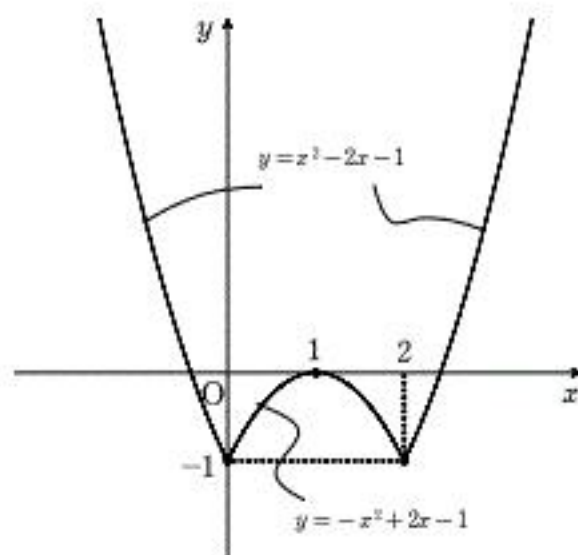
$$AC^2 = 41 - 40 \cdot \frac{3}{8} = 26$$

$$AC = \sqrt{26} \quad (\text{答})$$



(1) $m=1$ のとき,

$$y = |x^2 - 2x| - 1$$



(2)

$$|x^2 - 2mx| - m = 0$$

$$|x^2 - 2mx| = m \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

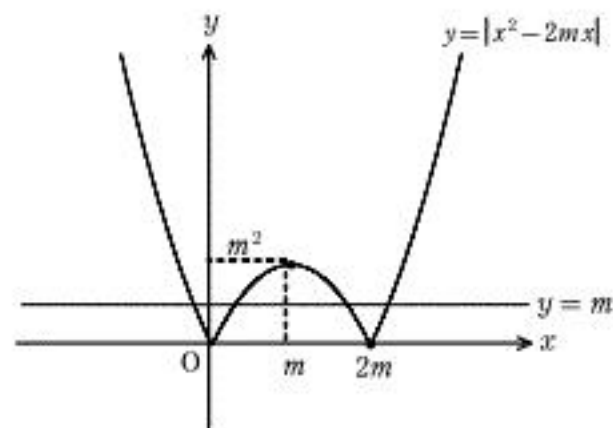
①を満たす実数 x の個数を求めればよい.

(I) $m < 0$ なら 0 個

(II) $m = 0$ なら ① $\Leftrightarrow x^2 = 0$ であり, 1 個

(III) $m > 0$ のとき

$y = |x^2 - 2mx|$ と $y = m$ のグラフを考える.



• $m < m^2$ つまり $1 < m$ のとき 4 個

• $m = m^2$ つまり $m = 1$ のとき 3 個

• $m > m^2$ つまり $0 < m < 1$ のとき 2 個

以上より, 求める個数は,

$m < 0$ のとき 0

$m = 0$ のとき 1

$0 < m < 1$ のとき 2

$m = 1$ のとき 3

$m > 1$ のとき 4

(答)

- (1) 正の約数の個数が 5 である自然数は、 p^4 (p は素数) と表せる.

$$5^4 = 625, 7^4 = 2401 \text{ より,}$$

$$d_5 = 2401 \quad (\text{答})$$

- (2) 正の約数の個数が 15 である自然数は,

$$p^{14} \quad (p \text{ は素数}) \quad \cdots \cdots \text{①}$$

$$p^2 q^4 \quad (p, q \text{ は異なる素数}) \quad \cdots \cdots \text{②}$$

のいずれかで表せる.

①で最小のものは $2^{14} = 16384$

②について

- $q=2$ なら $16p^2$

1900 以上で最小のものは、 $p=11$ のときの 1936

- $q=3$ なら $81p^2$

1900 以上で最小のものは、 $p=5$ のときの 2025

- $q \geq 5$ なら $p^2 q^4 \geq 2^2 \cdot 5^4 = 2500$

以上より,

$$d_{15} = 1936 \quad (\text{答})$$

(1) A 2 枚, B 2 枚, C 1 枚となる確率は,

$$\frac{5!}{2!2!}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\frac{1}{2}=\frac{5}{108} \quad (\text{答})$$

(2) 事象 E_1 : A が 0 枚, E_2 : B が 0 枚とする.

$$P(E_1)=\left(\frac{5}{6}\right)^5$$

$$P(E_2)=\left(\frac{2}{3}\right)^5$$

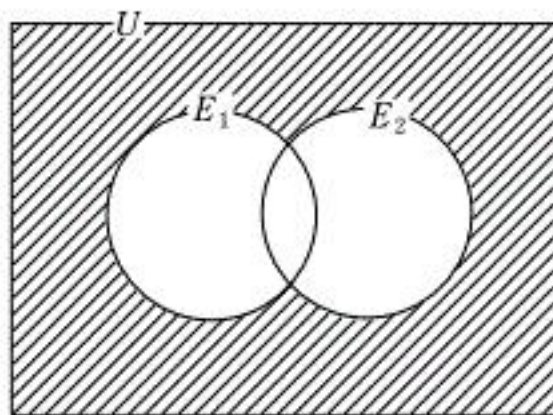
$$P(E_1 \cap E_2)=\left(\frac{1}{2}\right)^5$$

ゆえに,

$$P(E_1 \cup E_2)=\left(\frac{5}{6}\right)^5+\left(\frac{2}{3}\right)^5-\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{217}{432}$$

求める確率は,

$$1-\frac{217}{432}=\frac{215}{432} \quad (\text{答})$$

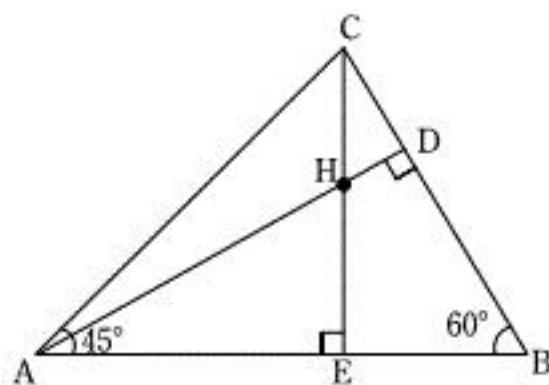


5 BE = l とおくと,

$$CE = AE = \sqrt{3}l, CA = \sqrt{6}l, CB = 2l$$

(1) AE : EB = $\sqrt{3} : \sqrt{1}$ より,

$$\overrightarrow{CE} = \frac{\overrightarrow{a} + \sqrt{3}\overrightarrow{b}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}(\overrightarrow{a} + \sqrt{3}\overrightarrow{b}) \quad (\text{答})$$



(2) $\overrightarrow{CH} = t(\overrightarrow{a} + \sqrt{3}\overrightarrow{b})$ と表せて,

$$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{CH} - \overrightarrow{CA} = (t - 1)\overrightarrow{a} + \sqrt{3}t\overrightarrow{b}$$

$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{b}$ より,

$$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{b} = (t - 1)\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + \sqrt{3}t|\overrightarrow{b}|^2 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

ここで,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= \frac{CA^2 + CB^2 - AB^2}{2} \\ &= \frac{(\sqrt{6}l)^2 + (2l)^2 - \{(\sqrt{3} + 1)l\}^2}{2} \\ &= (3 - \sqrt{3})l^2 \end{aligned}$$

ゆえに①より,

$$\begin{aligned} (3 - \sqrt{3})l^2(t - 1) + 4l^2 \cdot \sqrt{3}t &= 0 \\ (3 + \sqrt{3})t &= \sqrt{3} - 1 \\ t &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 3} = \frac{2\sqrt{3} - 3}{3} \end{aligned}$$

よって,

$$\overrightarrow{CH} = \frac{2\sqrt{3} - 3}{3}(\overrightarrow{a} + \sqrt{3}\overrightarrow{b}) \quad (\text{答})$$

(別解)

$\triangle HAE$ で $\angle HAE = 30^\circ$ より,

$$HE = \frac{1}{\sqrt{3}}AE = l$$

ゆえに,

$$\begin{aligned} CH &= CE - HE = (\sqrt{3} - 1)l \\ \overrightarrow{CH} &= \frac{CH}{CE}\overrightarrow{CE} \\ &= \frac{(\sqrt{3} - 1)l}{\sqrt{3}l} \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{2}(\overrightarrow{a} + \sqrt{3}\overrightarrow{b}) \\ &= \frac{2\sqrt{3} - 3}{3}(\overrightarrow{a} + \sqrt{3}\overrightarrow{b}) \end{aligned}$$

(1) $a \neq 0$ であり、

$$f(x) = ax^3 + 3ax^2 + 3x + 3$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 6ax + 3$$

ゆえに、

$$f(x) = f'(x)$$

$$\Leftrightarrow ax^3 + (3 - 6a)x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ または } x^2 = \frac{6a - 3}{a} \dots\dots ①$$

①が異なる3個の実数となる条件は、

$$\frac{6a - 3}{a} > 0$$

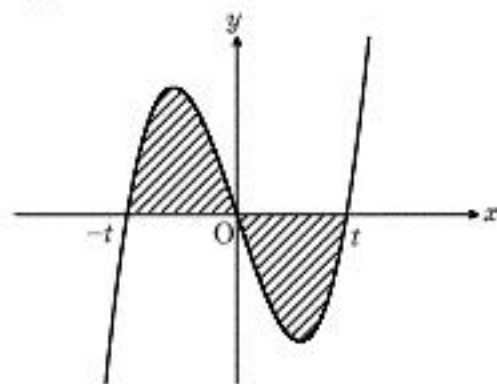
$$a(6a - 3) > 0$$

$$a < 0 \text{ または } a > \frac{1}{2} \quad (\text{答})$$

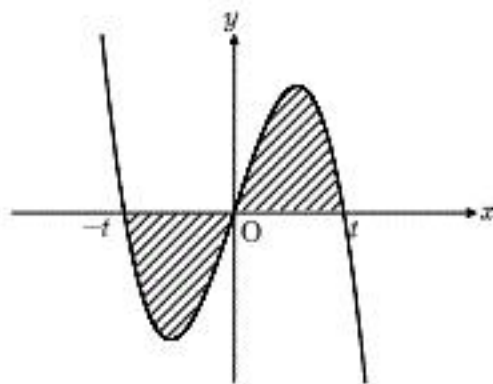
(2) $g(x) = ax^3 + (3 - 6a)x$ とおく.

題意の面積 S は曲線 $y = g(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積に等しい.

$$t = \sqrt{\frac{6a - 3}{a}} \quad (> 0) \text{ とおく.}$$



$a > \frac{1}{2}$ のとき



$a < 0$ のとき

$g(x)$ は奇関数だから、

$$\frac{S}{2} = \left| \int_0^t g(x) dx \right|$$

$$\int_0^t g(x) dx = \left[\frac{a}{4} x^4 + \frac{3 - 6a}{2} x^2 \right]_0^t$$

$$= \frac{a}{4} t^4 + \frac{3 - 6a}{2} t^2$$

$$= \frac{t^2}{4} \{ at^2 + 2(3 - 6a) \}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{6a - 3}{a} (-6a + 3) = -\frac{(6a - 3)^2}{4a}$$

$$\therefore S = \frac{(6a - 3)^2}{2|a|} \quad (\text{答})$$

$$(1) \quad a_{n+1} = a_1 a_2 \cdots a_n - 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

が $n \geq 2$ で成り立つことを数学的帰納法で示す.

(I) $n=2$ のとき, ①は $a_3 = a_1 a_2 - 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$ であり,

$$a_1 = 3, a_2 = 2$$

$$a_3 = a_2^2 + a_2 - 1 = 5$$

より, ②は成り立つ.

(II) $n=k$ で②が成り立つと仮定する.

$$a_{k+1} = \underbrace{a_1 a_2 \cdots a_k}_{M \text{ とおく}} - 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

このとき,

$$\begin{aligned} a_{k+2} &= a_{k+1}^2 + a_{k+1} - 1 \\ &= (M-1)^2 + (M-1) - 1 \\ &= M^2 - M - 1 \\ &= \underbrace{M}_{\text{元に戻す}} \underbrace{(M-1)-1}_{\textcircled{3} \text{ を用いる}} \end{aligned}$$

$$= a_1 a_2 \cdots a_k \cdot a_{k+1} - 1$$

となり, $n=k+1$ でも①が成り立つ. (終)

$$(2) \quad \sum_{k=2}^n a_k^2 = a_1 a_2 \cdots a_n + 100 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

まず $n=1$ のとき, ①は $a_1^2 = a + 100$ であり, これは $a_1 = 3$ に反する.

以下では $n \geq 2$ とする.

$$k \geq 2 \text{ で } a_k^2 = a_{k+1} - a_k + 1$$

$k=2, 3, \cdots, n$ で和をとると,

$$\sum_{k=2}^n a_k^2 = a_{n+1} - a_2 + (n-1) = a_{n+1} + n - 3$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{k=2}^n a_k^2 &= a_{n+1} + n - 3 + a_1^2 \\ &= a_{n+1} + n + 6 \end{aligned}$$

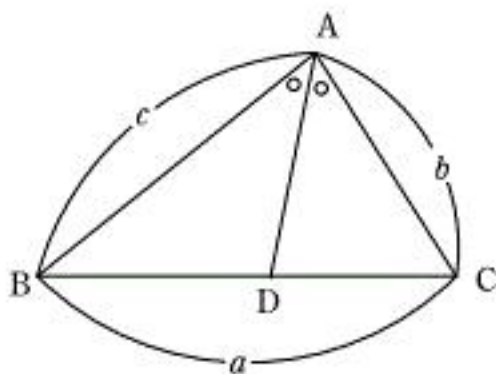
また, (1)より, $a_1 a_2 \cdots a_n = a_{n+1} + 1$

ゆえに, ④は

$$\begin{aligned} a_{n+1} + n + 6 &= a_{n+1} + 1 + 100 \\ n &= 95 \end{aligned}$$

以上より, 求める n は $n=95$ (答)

$$b+c=2a \dots\dots ①$$



(1) 内接円の半径が4だから、①も用いて、

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 4(a+b+c) = 6a \dots\dots ②$$

AD=15より、①も用いて、

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \triangle ABD + \triangle ADC \\ &= \frac{1}{2}c \cdot 15 \cdot \sin \theta + \frac{1}{2}b \cdot 15 \cdot \sin \theta \\ &= \frac{15}{2}(b+c) \sin \theta = 15a \sin \theta \dots\dots ③ \end{aligned}$$

②、③より、

$$6a = 15a \sin \theta$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{2}{5} \quad (\text{答})$$

θ は鋭角だから、

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$A=2\theta$ より、

$$\sin A = 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{4\sqrt{21}}{25} \quad (\text{答})$$

$$\cos A = 1 - 2 \sin^2 \theta = \frac{17}{25} \quad (\text{答})$$

(2)

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{2\sqrt{21}}{25}bc \text{ と ②より,}$$

$$\frac{2\sqrt{21}}{25}bc = 6a \quad \therefore bc = \frac{75}{\sqrt{21}}a \dots\dots ④$$

$\triangle ABC$ で余弦定理より、

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \\ &= (b+c)^2 - 2bc - 2bc \cdot \frac{17}{25} \\ &= 4a^2 - \frac{84}{25}bc \quad (\because ①) \\ &= 4a^2 - \frac{84}{25} \cdot \frac{75}{\sqrt{21}}a \quad (\because ④) \\ \therefore a^2 &= 4a^2 - 12\sqrt{21}a \end{aligned}$$

これを解いて、

$$a = 4\sqrt{21} \quad (=BC) \quad (\text{答})$$

(1)

$$\frac{5!}{2!2!} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \frac{1}{2} = \frac{5}{108} \quad (\text{答})$$

(2) 事象 E_1, E_2, E_3 を次のように定める. E_1 : A が 0 枚 E_2 : B が 0 枚 E_3 : C が 0 枚

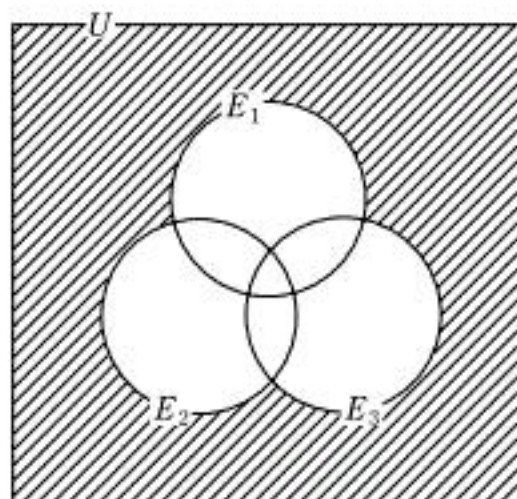
$$P(E_1) = \left(\frac{5}{6}\right)^5$$

$$P(E_2) = \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

$$P(E_3) = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P(E_1 \cap E_2) = \left(\frac{1}{2}\right)^5, P(E_2 \cap E_3) = \left(\frac{1}{6}\right)^5$$

$$P(E_3 \cap E_1) = \left(\frac{1}{3}\right)^5, P(E_1 \cap E_2 \cap E_3) = 0$$



ゆえに,

$$\begin{aligned} P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) &= \left(\frac{5}{6}\right)^5 + \left(\frac{2}{3}\right)^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 - \left(\frac{1}{2}\right)^5 - \left(\frac{1}{6}\right)^5 - \left(\frac{1}{3}\right)^5 \\ &= \frac{343}{648} \end{aligned}$$

求める確率は,

$$1 - \frac{343}{648} = \frac{305}{648} \quad (\text{答})$$

(3) 事象 F_1, F_2 を次のように定める. F_1 : A が 2 枚 F_2 : B が 2 枚

求める確率は,

$$P_{F_1}(F_2) = \frac{P(F_1 \cap F_2)}{P(F_1)} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

ここで,

$$P(F_1) = {}_5C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{5^4}{6^4 \cdot 3} \quad (\text{答})$$

 $P(F_1 \cap F_2)$ は(1)で求めたもの.

$$P_{F_1}(F_2) = \frac{36}{125} \quad (\text{答})$$

図形は直線 $y = -x$ に関して対称だから、
第 1 象限で接することだけ考えればよい。

曲線 $y = \frac{1}{x}$ 上の点 $P\left(t, \frac{1}{t}\right)$ ($t > 0$) での法線は、

$$y = t^2(x - t) + \frac{1}{t} = t^2x - t^3 + \frac{1}{t}$$

これと直線 $y = -x$ との交点 Q の x 座標は、

$$(t^2 + 1)x = t^3 - \frac{1}{t} = \frac{(t^2 - 1)(t^2 + 1)}{t}$$

$$x = \frac{t^2 - 1}{t} = t - \frac{1}{t}$$

ゆえに、 $Q\left(t - \frac{1}{t}, -t + \frac{1}{t}\right)$

$OQ = PQ$ であり、

$$OQ = \sqrt{2} \left| t - \frac{1}{t} \right|$$

$$PQ^2 = \frac{1}{t^2} + t^2$$

ゆえに、 $2\left(t - \frac{1}{t}\right)^2 = \frac{1}{t^2} + t^2$

ここで、 $n = t - \frac{1}{t}$ とおくと、

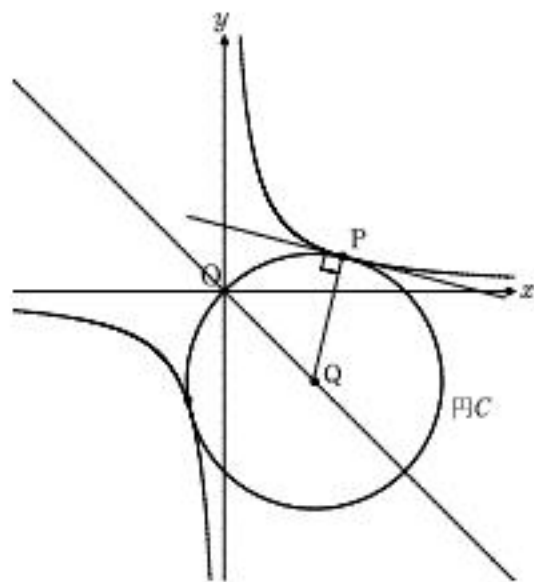
$$2n^2 = n^2 + 2 \quad \therefore n = \pm\sqrt{2}$$

よって、 $Q(\pm\sqrt{2}, \mp\sqrt{2})$, $OQ = 2$ だから、

円 C の方程式は、

$$(x \mp \sqrt{2})^2 + (y \pm \sqrt{2})^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 + 2\sqrt{2}x \pm 2\sqrt{2}y = 0 \quad (\text{複号同順}) \quad (\text{答})$$



(1)

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^n \theta d\theta + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^{n+2} \theta d\theta \\
 &= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^n \theta (1 + \tan^2 \theta) d\theta \\
 &= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^n \theta \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta \\
 &= \left[\frac{1}{n+1} \tan^{n+1} \theta \right]_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{(\sqrt{3})^{n+1}}{n+1} \quad (\text{答})
 \end{aligned}$$

(2) $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^n \theta d\theta$ とおく.

$$(1) \text{より, } I_{n+2} = -I_n + \frac{(\sqrt{3})^{n+1}}{n+1}$$

これを繰り返し用いて,

$$\begin{aligned}
 I_7 &= -I_5 + \frac{3^3}{6} \\
 &= -\left(-I_3 + \frac{3^2}{4}\right) + \frac{9}{2} \\
 &= \left(-I_1 + \frac{3}{2}\right) + \frac{9}{4} \\
 &= -I_1 + \frac{15}{4}
 \end{aligned}$$

ここで,

$$I_1 = \left[-\log |\cos \theta| \right]_0^{\frac{\pi}{3}} = -\log \frac{1}{2} = \log 2$$

ゆえに,

$$I_7 = -\log 2 + \frac{15}{4} \quad (\text{答})$$

$$\sum_{k=m}^{\infty} \frac{1}{2^k} = \frac{\frac{1}{2^m}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2^{m-1}} \text{ であることを用いる.}$$

(1) ・最初の移動が $\frac{-1}{2^m}$ ならば、それ以降の移動量の総和は、

$$\frac{1}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m+2}} + \cdots = \frac{1}{2^m}$$

未満だから、 $X_n < 0$ となる。

・最初の移動が $\frac{1}{2^m}$ ならば、それ以降の移動量の総和は、

$$-\left(\frac{1}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m+2}} + \cdots\right) = -\frac{1}{2^m}$$

より大きく、 $X_n > 0$ となる。

・ n 回とも不動なら、 $X_n = 0$ である。

以上より、

$$X_n > 0 \Leftrightarrow \text{最初の移動が正方向}$$

である。

最初の $m-1$ 回が不動で、 m 回目が正方向となる確率は、 $\left(\frac{1}{3}\right)^m$

$m=1, 2, \dots, n$ で和をとって、

$$P(X_n > 0) = \sum_{m=1}^n \left(\frac{1}{3}\right)^m = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right] \quad (\text{答})$$

(2) 1 回目が負方向か不動なら、

$$X_n < 0 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots = \frac{1}{2}$$

であり、不適。

ゆえに、1 回目は正方向で、2 回目以降の移動量の和が正 ① である。

ここで①の確率は(1)と同様に求められる。

$$\begin{aligned} P\left(X_n > \frac{1}{2}\right) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right] \\ &= \frac{1}{6} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right] \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

(3) (1)で調べたことより、最初の移動が正方向であることが必要。

また、最初の移動が $l+1$ 回目以降なら、

$$X_n < \frac{1}{2^{l+1}} + \frac{1}{2^{l+2}} + \cdots = \frac{1}{2^l}$$

となり、不適。ゆえに最初の移動が $1 \sim l$ 回目であることが必要。

$m=1, 2, \dots, l$ について、最初の $m-1$ 回が不動で m 回目が正方向であるとする。

(I) $m \sim l$ 回目が全て負方向のとき、 l 回目までの移動量は、

$$\frac{1}{2^m} - \left(\frac{1}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m+2}} + \cdots + \frac{1}{2^l}\right) = \frac{1}{2^l}$$

だから、 $l+1$ 回目以降は移動量の和が正であり、その確率は、

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1}{3}\right)^l \cdot \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-l}\right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^l - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad \cdots \cdots \text{①} \end{aligned}$$

(II) それ以外のときは、

$$\begin{aligned} X_n &> \frac{1}{2^m} - \left(\frac{1}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m+2}} + \cdots\right) + \frac{1}{2^l} \\ &= \frac{1}{2^l} \end{aligned}$$

であり、適する。その確率は、

$$\left(\frac{1}{3}\right)^m \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{l-m}\right] = \left(\frac{1}{3}\right)^m - \left(\frac{1}{3}\right)^l \quad \cdots \cdots \text{②}$$

$$\text{①} + \text{②} = \left(\frac{1}{3}\right)^m - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^l - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$m=1, 2, \dots, l$ で和をとると、

$$\begin{aligned} P\left(X_n > \frac{1}{2^l}\right) &= \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^l\right] - \frac{l}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^l - \frac{l}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^n \\ &= \frac{1}{2} - \frac{l+1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^l - \frac{l}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (2a-3)x - a(a+3) - x^2 \\ &= -(x-a)(x-a-3) \end{aligned}$$

とおく,

整数 k に対して,

$$k^2 \leq y \leq (2a+3)k - a(a+3)$$

を満たす整数 y の個数と,

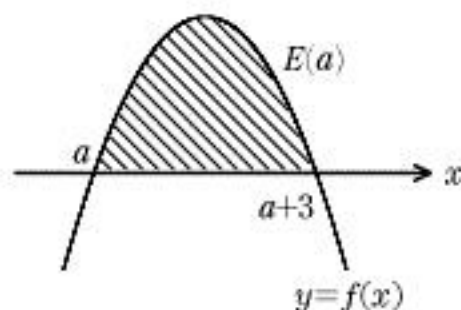
$$0 \leq y \leq (2a+3)k - a(a+3) - k^2 \quad (= f(k))$$

を満たす整数 y の個数は等しいから,

領域 $D(a)$ にある格子点の個数と

$$\text{領域 } E(a): 0 \leq y \leq f(x)$$

にある格子点の個数は等しい.



(1) $E(n)$ にある格子点の個数を求めればよい.

- $x=n$ のとき $y=0$
- $x=n+1$ のとき $0 \leq y \leq f(n+1)=2$
- $x=n+2$ のとき $0 \leq y \leq f(n+2)=2$
- $x=n+3$ のとき $y=0$

ゆえに,

$$1+3+3+1=8 \quad (\text{答})$$

(2) a が整数のときは(1)より成り立つ.

a が整数でないとき

$$a = k + h \quad (k \text{ は整数}, 0 < h < 1)$$

とおく,

$a \leq x \leq a+3$ の範囲にある整数 x は, $x=k+1, k+2, k+3$ であり,

- $x=k+1$ のとき $0 \leq y \leq f(k+1) = -h^2 - h + 2$
- $x=k+2$ のとき $0 \leq y \leq f(k+2) = -h^2 + h$
- $x=k+3$ のとき $0 \leq y \leq f(k+3) = h^2 + h$

ゆえに, $E(a)$ にある格子点の個数は, k とは無関係に h のみによって決まる.

よって, $E(a)$ にある格子点の個数と $E(a+1)$ にある格子点の個数は等しく,

結論を得る. (終)