

1996 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13 : 00 ~ 14 : 30 90 分)

1. 解答は必ず解答用紙に記入しなさい。なお、解答と関係のないことを書くと無効になる場合もあるので注意すること(枠外および裏面も同様)。
2. 解答用紙には記述用解答用紙とマークシートの2種類があるので注意すること。
3. 解答用紙にはすべて鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)を使用すること。訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用し、特にマークシートには鉛筆のあとや消しくずを残さないこと。

また、折りまげたり、汚したりしないこと。記述用解答用紙の下敷きにマークシートを使用することは絶対にさけること。

4. 記述用解答用紙には、受験番号と氏名を2カ所に記入しなさい。受験番号の前に空位があってもゼロをつけないこと。
5. マークシートの受験番号および受験番号のマーク記入は、電算処理上非常に重要なので、誤記のないよう特に注意すること。
6. 解答用紙は、解答が終わったら裏がえしておくこと。

I つぎの問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

- (1) 1組52枚のトランプから復元抽出でカードを2枚とるとき、少なくとも1枚が

スペードである確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{16}$ である。また、復元抽出でカードを5枚とる

とき、絵札がちょうど3枚である確率は $\boxed{\text{イ}} \times \frac{10^3}{13^5}$ である。

- (2) 数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1} \quad (n = 1, 2, \dots),$$

$$a_1 = 1$$

で定義されている。このとき

$$a_{50} = \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad \sum_{k=1}^{50} a_k a_{k+1} = \frac{50}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

問題 I アの解答群

Ⓐ 4 Ⓑ 5 Ⓒ 6 Ⓓ 7 Ⓔ 8

Ⓕ 9 Ⓖ 10 Ⓗ 11 Ⓙ 12 ① 13

問題 I イの解答群

Ⓐ 9 Ⓑ 15 Ⓒ 18 Ⓓ 21 Ⓔ 24

Ⓕ 27 Ⓖ 30 Ⓗ 36 Ⓙ 45 ① 54

問題 I ウ, エの解答群

Ⓐ 49 Ⓑ 51 Ⓒ 73 Ⓓ 79 Ⓔ 95

Ⓕ 97 Ⓖ 99 Ⓗ 100 Ⓙ 101 ① 110

Ⅱ つぎの問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

直線 $l: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$ を含み、直線 $m: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{-1}$ に平行な平面 π_1 の方程式は $y + \boxed{\text{(オ)}} z = \boxed{\text{(カ)}}$ である。また、 l を含み π_1 に垂直な平面 π_2 の方程式は $\boxed{\text{(キ)}} x + 4y + \boxed{\text{(ク)}} z = \boxed{\text{(ケ)}}$ である。 l 上の点 P と m 上の点 Q の長さ $\overline{PQ}$ が最小となるのは $P(\boxed{\text{(コ)}}, \boxed{\text{(サ)}}, \boxed{\text{(シ)}}), Q(\boxed{\text{(ズ)}}, \boxed{\text{(セ)}}, \boxed{\text{(ソ)}})$ のときである。

問題Ⅱの解答群

- | | | | | | | | | | |
|---|----|---|----|---|----|---|---|---|---|
| Ⓐ | -3 | Ⓑ | -2 | Ⓒ | -1 | Ⓓ | 0 | Ⓔ | 1 |
| Ⓕ | 2 | Ⓖ | 3 | Ⓗ | 4 | Ⓘ | 5 | Ⓙ | 6 |
| Ⓚ | 7 | ① | 8 | | | | | | |

Ⅲ 平面上に3直線

$$l_1 : y = mx, \quad l_2 : y = \frac{2m}{1-m^2} x,$$

$$l_3 : y - \frac{2m}{\sqrt{1+m^2}} = M \left(x - \frac{2}{\sqrt{1+m^2}} \right)$$

がある、ただし、 $m > 1$, $M = \frac{\sqrt{3}m^2 - 2m - \sqrt{3}}{m^2 + 2\sqrt{3}m - 1}$ とする。 l_1 と l_3 の交点

を P , l_2 と l_3 の交点を Q , 原点を O とする。

(1) 点 P の座標および線分 OP の長さを求めよ。

(2) l_2 と l_3 のなす角の大きさを求めよ。

(3) m を動かすとき、 $\triangle OPQ$ の面積 S を最大にする m の値および S の最大値を求めよ。

IV 時刻 $t = 0$ に点 $(0, 1)$ を出発した点 P が曲線 $C: y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 上を動く。

時刻 t における P の座標を $(f(t), g(t))$ と表すとき、次の (i), (ii) が成立している。

(i) $f(t)$ は $t = 0$ で連続である。

(ii) $t > 0$ に対して、 $\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2 = 1$, $f'(t) > 0$.

このとき、

(1) $f(t)$ を求めよ。

(2) 曲線 C と x 軸, y 軸, 直線 $x = f(1)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。