

1998 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13 : 00 ~ 14 : 30 90 分)

1. 解答は必ず解答用紙に記入しなさい。なお、解答と関係のないことを書くと無効になる場合もあるので注意すること(枠外も同様)。
2. 解答用紙には記述用解答用紙とマークシートの2種類があるので注意すること。
3. 解答用紙にはすべて鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)を使用すること。訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用し、特にマークシートには鉛筆のあとや消しくずを残さないこと。
* また、折りまげたり、汚したりしないこと。記述用解答用紙の下敷きにマークシートを使用することは絶対にさけること。
4. 記述用解答用紙には、受験番号と氏名を2か所に記入しなさい。受験番号の前に空位があってもゼロをつけないこと。
5. マークシートの受験番号および受験番号のマーク記入は、電算処理上非常に重要なので、誤記のないよう特に注意すること。
6. 解答用紙は、解答が終わったら裏がえしておくこと。

- I つぎの問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

とする。

- (1) $f(1) = -1$ とすれば、 $a + \boxed{\text{ア}} b + \boxed{\text{イ}} c = \boxed{\text{ウ}}$ が成り立つ。
- (2) (1)の条件が成り立ち、さらに方程式 $f(x) + \frac{8}{3} = 0$ が $x = 2$ を2重根(2重解)にもつならば $a = \boxed{\text{エ}}$, $b = \boxed{\text{オ}}$, $c = \boxed{\text{カ}}$ である。

問題Iの解答群

Ⓐ $-\frac{10}{3}$

Ⓑ -3

Ⓒ $-\frac{7}{3}$

Ⓓ -2

Ⓔ $-\frac{4}{3}$

Ⓕ -1

Ⓖ $-\frac{1}{3}$

Ⓗ 0

Ⓙ $\frac{1}{3}$

Ⓖ 1

Ⓚ $\frac{4}{3}$

① 2

Ⓜ $\frac{7}{3}$

Ⓝ 3

Ⓢ $\frac{10}{3}$

- II つぎの問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

座標平面において、原点 O を中心とする半径 3 の円を C とする。半径 1 の円盤 D が円 C に内接しながら、滑ることなく回転して動く。円盤 D の周上に固定された点 P は時刻 0 に点 $A(3, 0)$ にある。 t 秒後の P の位置を P_t 、円盤 D の中心の位置を K_t とする。このとき、動点 K_t の原点 O に対する角速度は -1 ラジアン/秒であると仮定する。

- (1) $\overrightarrow{OK_t} = (\text{キ}, \text{ク})$ である。
 (2) $\overrightarrow{K_tP_t} = (\text{ケ}, \text{コ})$ である。
 (3) 時刻 0 のとき、点 $A(3, 0)$ にあった点 P が次に円 C の上にくるのは サ 秒後である。
 (4) 時刻 0 より サ 秒後までの点 P の軌跡と二つの線分 OA , $OP_{\text{サ}}$ で囲まれた部分の面積は シ である。

キ、ク、ケ、コの解答群

- | | | | |
|---------------|--------------|---------------|--------------|
| Ⓐ $-2 \sin t$ | Ⓑ $2 \sin t$ | Ⓒ $-3 \sin t$ | Ⓓ $3 \sin t$ |
| Ⓔ $-\sin 2t$ | Ⓕ $\sin 2t$ | Ⓖ $-\sin 3t$ | Ⓗ $\sin 3t$ |
| Ⓘ $-2 \cos t$ | Ⓙ $2 \cos t$ | Ⓚ $-\cos 2t$ | Ⓛ $\cos 2t$ |
| Ⓜ $-\cos 3t$ | Ⓝ $\cos 3t$ | ⓐ 0 | |

サ、シの解答群

- | | | |
|--|--|--|
| Ⓐ $\frac{4\pi}{3}$ | Ⓑ π | Ⓒ $\frac{2\pi}{3}$ |
| Ⓓ $\frac{\pi}{2}$ | Ⓔ $\frac{\pi}{3}$ | Ⓕ $\frac{4\pi}{3} + \frac{9\sqrt{3}}{4}$ |
| Ⓖ $\pi + \frac{9\sqrt{3}}{4}$ | Ⓗ $\frac{2\pi}{3} + \frac{9\sqrt{3}}{4}$ | Ⓙ $\frac{\pi}{3} + \frac{9\sqrt{3}}{4}$ |
| Ⓚ $\frac{4\pi}{3} + \frac{9\sqrt{3}}{8}$ | Ⓛ $\pi + \frac{9\sqrt{3}}{8}$ | Ⓜ $\frac{2\pi}{3} + \frac{9\sqrt{3}}{8}$ |
| Ⓝ $\frac{\pi}{3} + \frac{9\sqrt{3}}{8}$ | ⓐ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ | ⓑ $\frac{9\sqrt{3}}{8}$ |

Ⅲ n を正整数とし

$$f(x) = \sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} = x - \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} - \frac{x^{2n}}{2n}$$

とする。

- (1) 関数 $f(x)$ が極値をとるときの x の値を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ の解はいくつあるか。

IV 2 関数 $y = x \cos x$ と $y = a \cos x$ のグラフのある共有点 P においてこの 2 曲線の接線が一致しているとする。ただし、 a は正の定数である。

- (1) a の値と点 P における接線の方程式を求めよ。
- (2) (1)で求めた a の値のうち最小値を b とするとき、不等式：

$$0 \leq x \leq b, x \cos x \leq y \leq b \cos x$$

の表す領域の面積を求めよ。

(注)

$\leq$ は $\leq$ と同じ意味である