

1998 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13 : 00 ~ 14 : 30 90 分)

1. 解答は必ず解答用紙に記入しなさい。なお、解答と関係のないことを書くと無効になる場合もあるので注意すること(枠外も同様)。
2. 解答用紙には記述用解答用紙とマークシートの2種類があるので注意すること。
3. 解答用紙にはすべて鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)を使用すること。訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用し、特にマークシートには鉛筆のあとや消しくずを残さないこと。

また、折りまげたり、汚したりしないこと。記述用解答用紙の下敷きにマークシートを使用することは絶対にさけること。

4. 記述用解答用紙には、受験番号と氏名を2か所に記入しなさい。受験番号の前に空位があってもゼロをつけないこと。
5. マークシートの受験番号および受験番号のマーク記入は、電算処理上非常に重要なので、誤記のないよう特に注意すること。
6. 解答用紙は、解答が終わったら裏がえしておくこと。

- I つぎの問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

五角形 ABCDE において、BD と AC の交点を K として、

$AB = AE$, $BC = DE = \sqrt{2}$, $CD = 4$, $\angle C = \angle D = 135^\circ$, $AK = KC$ が成立している。このとき、

(1) $\overrightarrow{CE} = \boxed{\text{ア}} \overrightarrow{CB} + \boxed{\text{イ}} \overrightarrow{CD}$

と表される。

(2) K から辺 CD へ下ろした垂線の足を L とすると、 $CL = \boxed{\text{ウ}}$ となり、

$\overrightarrow{CA} = \boxed{\text{エ}} \overrightarrow{CB} + \boxed{\text{オ}} \overrightarrow{CD}$

と表される。

問題 I の解答群

- | | | | | |
|------------------|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|
| Ⓐ $-\frac{3}{2}$ | Ⓑ -1 | Ⓒ $-\frac{1}{2}$ | Ⓓ 1 | Ⓔ 2 |
| Ⓕ $\frac{1}{2}$ | Ⓖ $\frac{3}{2}$ | Ⓗ $\frac{1}{3}$ | Ⓙ $\frac{2}{3}$ | Ⓙ $\frac{3}{4}$ |
| Ⓚ $\frac{2}{5}$ | Ⓛ $\frac{4}{5}$ | Ⓜ $\frac{6}{5}$ | Ⓝ $\frac{3}{7}$ | Ⓞ $\frac{4}{7}$ |

II つぎの問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

(1) $f(x) = \frac{(\log x)^2}{x}$ ($x > 0$) とする。 $f(x)$ は $x =$ カ において極大値 キ をとり、 $x =$ ク において極小値 ケ をとる。

(2) 定数 a に対して、方程式

$$ax = (\log x)^2$$

の解の個数は次の表の通りである。

a の範囲	$a < $ コ	$a = $ コ	コ $< a < $ サ	$a = $ サ	サ $< a$
解の個数	シ	ス	セ	ソ	タ

問題 II の解答群

- | | | | | |
|------------|------------|-----------------|------------|--------------------------|
| ㉔ 0 | ㉕ 1 | ㉖ 2 | ㉗ 3 | ㉘ 4 |
| ㉙ e | ㉚ $2e$ | ㉛ $\frac{e}{2}$ | ㉜ e^2 | ㉝ $\frac{e^2}{4}$ |
| ㉞ e^{-1} | ㉟ e^{-2} | ㊱ $4e^{-2}$ | ㊲ $\log 2$ | ㊳ $\frac{(\log 2)^2}{2}$ |

Ⅲ 三角形 ABC と三角形 $A'B'C'$ において,

$$AB = A'B' = 1, \quad AC = A'C' = x, \quad \angle BAC = \frac{\pi}{3}, \quad \angle B'A'C' = \frac{2\pi}{3}$$

とする。

- (1) $\frac{B'C'^2}{BC^2}$ を x を用いて表せ。
- (2) $\frac{B'C'^2}{BC^2}$ が整数となる x をすべて求めよ。

IV $f(x) = x^3 - x$ とする。

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} < \beta < \frac{1}{\sqrt{3}}$$

とし、 x に関する方程式 $f(x) - f(\beta) = 0$ の β 以外の解を、 α, γ (ただし、 $\alpha < \beta < \gamma$) とする。

(1) $\alpha + \gamma, \alpha^2 + \gamma^2, \alpha^4 + \gamma^4$ を β で表せ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = f(\beta)$ で囲まれた二つの部分の面積の和を S とする。
 S を β の関数として表せ。

(3) S の最小値を求めよ。