

数 学

I a を実数とし、

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + (6 - a)x^2 - 2(2 - a)x + a^2 - a$$

とする。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ は、直線 $x = 1$ に関して対称であることを証明せよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ が実数解をもつとき、 a の範囲を求めよ。

II 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ は

$$a_n = {}_{n+1}C_2 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

$$c_n = b_{n+1} - b_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定義されている。ただし、 ${}_nC_k$ は相異なる n 個のものから k 個取り出す組合わせの数である。

- (1) 数列 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) $d_n = n^2$ ($n = 1, 2, \dots$) で与えられる数列 $\{d_n\}$ の一般項を

$$d_n = \alpha a_n + \beta b_n + \gamma c_n$$

と書き表すときの定数 α , β , γ を求めよ。

III 曲線 $y = x^3 - x^2$ を C とする。

- (1) 点 $(1, 8)$ を通る C の接線を求めよ。
- (2) (1)で求めた接線と C とで囲まれた図形の面積を求めよ。