

数 学

I 2次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

に関して次の問に答えよ。ただし $abc \neq 0$ とする。

- (1) a, b, c がこの順に等比数列をなすとき、この方程式は実数解をもたないことを示せ。
- (2) $c = 1$ であり、 b, a, c がこの順に等差数列をなし、この方程式が実数解をもつとき、 b の満たすべき条件を求めよ。

II 等式

$$a_1 = 1$$

$$a_n = \frac{2}{n(n+1)} \sum_{k=1}^n a_k \quad (n \geq 2)$$

を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

III 曲線 $y = x^2$ を C とし、その上の点を $P(t, t^2)$ ($t \geq 0$), $A(-1, 1)$ とする。

- (1) 直線 AP に平行な接線をもつ C 上の点 Q の y 座標は t の関数となる。その関数 $f(t)$ を求めよ。
- (2) (1)で求めた関数を用いて曲線 $y = f(x)$ ($x \geq 0$) を定義し、その曲線と C 、および x 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。