

数 学

I 次の問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

三角形ABCにおいて、 $AB = 3$ 、 $BC = 4$ であるとする。

(1) 条 件

$$\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BA} + a \overrightarrow{BC}$$

を満たす点Pが $\angle ABC$ の二等分線の上にあるとき、 $a = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 頂点Aから辺BCへ下ろした垂線と辺BCとの交点をHとすると、

$$\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{BA} - \frac{3}{5} \overrightarrow{BC}$$

が成り立つとすると、 $\angle ABC = \theta$ とおくとき、 $\cos \theta = \boxed{\text{イ}}$ である。

(3) (2)の条件が成り立っているとき、直線AHと $\angle ABC$ の二等分線との交点をKとすると、

$$\overrightarrow{BK} = \boxed{\text{ウ}} \overrightarrow{BA} + \boxed{\text{エ}} \overrightarrow{BC}$$

が成り立つ。

問題Iの解答群

Ⓐ $\frac{1}{3}$

Ⓑ $\frac{2}{3}$

Ⓒ $\frac{4}{3}$

Ⓓ $\frac{1}{4}$

Ⓔ $\frac{3}{4}$

Ⓕ $\frac{5}{4}$

Ⓖ $\frac{2}{5}$

Ⓗ $\frac{3}{5}$

Ⓖ $\frac{4}{6}$

Ⓖ $\frac{1}{6}$

Ⓚ $\frac{5}{6}$

Ⓘ $\frac{7}{6}$

Ⓜ $\frac{1}{9}$

Ⓝ $\frac{4}{9}$

ⓐ $\frac{7}{9}$

Ⓟ $\frac{3}{10}$

Ⓢ $\frac{7}{10}$

Ⓡ $\frac{9}{10}$

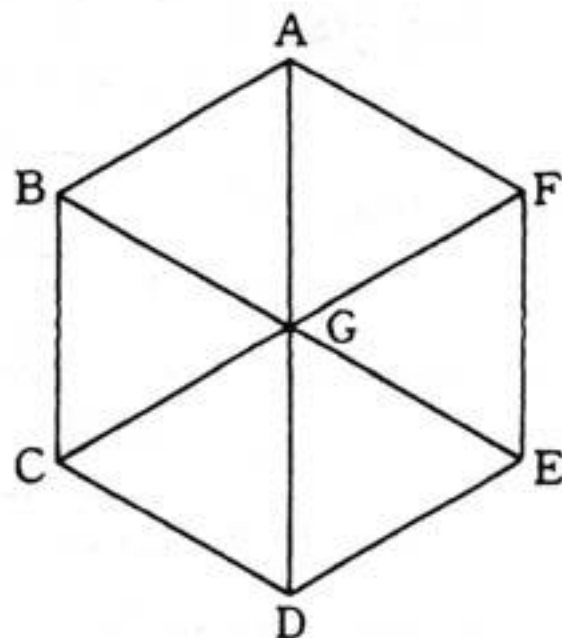
Ⅱ 次の問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

一辺の長さが1の正六角形 $ABCDEF$ の重心を G とする。頂点 A を出発して、1分に1の速さでこの六角形の辺、または重心と頂点を結ぶ線分に沿って移動する移動の仕方の数を数える。ただし、たとえば A を出発して、3分後に F に到達する仕方として、 $A \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow F$ と移動する仕方と $A \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow F$ と移動する仕方とも数えるものとする。

- (1) A を出発して、3分後に D に到達する仕方は 通りある。
- (2) A を出発して、3分後に B に到達する仕方は 通りある。
- (3) A を出発して、3分後に G に到達し、さらにその3分後に A に戻る移動の仕方は 通りある。
- (4) A を出発して、3分後に D に到達し、さらにその3分後に A に戻る移動の仕方は 通りある。
- (5) A を出発して、6分後に A に戻る移動の仕方は 通りある。

問題Ⅱの解答群

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ㉑ 5 | ㉒ 6 | ㉓ 7 | ㉔ 8 |
| ㉕ 9 | ㉖ 10 | ㉗ 16 | ㉘ 36 |
| ㉙ 42 | ㉚ 48 | ㉛ 49 | ㉜ 100 |
| ㉝ 174 | ㉞ 210 | ㉟ 246 | ㊱ 266 |
| ㊲ 282 | ㊳ 318 | | |



Ⅲ $x_1 = 1$ とし、 $x_1 > x_2 > \cdots > x_n > \cdots > 0$ となる実数 $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$ を考える。

- (1) xy 平面上の点 P_n を $(x_n, \frac{1}{x_n^2})$ とするとき、曲線 $y = \frac{1}{x^2}$ 、線分 OP_n 、線分 OP_{n+1} とで囲まれる部分の面積 S_n を x_n, x_{n+1} を用いて表せ。
- (2) S_n が初項 1、公比 $\frac{3}{5}$ の等比数列をなすとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めよ。

IV 次の問に答えよ。

(1) 正の整数 k に対して、 $(k - \frac{1}{2})\pi < x < k\pi$ の範囲に方程式 $\frac{\tan x}{x} = -1$ はただ一つの解をもつことを示せ。

(2) (1)の解を α_k とするとき、

$$\int_0^1 \sin(\alpha_n x) \sin(\alpha_m x) dx = \begin{cases} \frac{1 + \cos^2 \alpha_n}{2} & (n = m) \\ 0 & (n \neq m) \end{cases}$$

が成立することを示せ。