

2000 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 14 : 30 ~ 15 : 30 60 分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目です。科目名を確認のうえ、受験してください。
2. 解答用紙は、記述用解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答用紙には、鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)を使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を2か所に記入してください。なお、受験番号の前に空位があってもゼロをつけないでください。
6. 解答用紙は、解答が終わったら裏がえしにしてください。

I xy 平面上に曲線 $C_1: y = f(x)$ と放物線 $C_2: y = x^2$ があり,

$f'(x) = x^2 - (a+2)x + 2a$, ($a < 2$) である。また, 関数 $f(x)$ が極大となる x の値を x_0 とするとき, 点 $P(x_0, f(x_0))$ は C_2 上にある。このとき,

(1) $f(x)$ を x と a の式で表せ。

(2) 点 $(1, f(1))$ における C_1 の接線の傾きが -3 であるとき, C_1 と C_2 の交点の x 座標を求めよ。

II xy 平面上の点 $P(a, b)$ を中心とする円が, 円 $C_1: x^2 + (y-3)^2 = 1$ に外接し, x 軸にも接している。

(1) a と b のみたす関係式を $b = f(a)$ の形で求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 2$ とで囲まれる図形の面積を求めよ。

III 次の式の空欄を適切な式または数字で埋めよ。

(1) $m = 1, 2, 3, \dots$ に対して, $x^{2^m} = x^{2^{m-1}} \cdot \boxed{\text{ア}}$ であるから,

$$x^{2^m} - 1 = (x^{2^{m-1}} + 1) \cdot \boxed{\text{イ}}$$

(2) $f_n = 2^{2^n} + 1$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$)

とおく。ただし, $2^0 = 1$ とする。

$$f_n + f_{n-1} = 2^{2^{n-1}} \cdot \boxed{\text{ウ}} + 2$$

したがって,

$$f_n = \boxed{\text{エ}} \cdot f_{n-1} + 2$$

$$= \boxed{\text{オ}} \cdot f_{n-2} \cdot f_{n-1} + 2$$

.....

$$= \boxed{\text{カ}} + 2$$

$$\text{ゆえに, } f_n = f_0 \cdot f_1 \cdots f_{n-1} = \boxed{\text{キ}}$$