

2000 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:00～14:30 90分)

1. 解答用紙は、記述用解答用紙とマークシートの2種類がありますので注意してください。
2. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
3. 解答用紙には、鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)を使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に、マークシートには鉛筆のあとや消しくずを残さないでください。
また、折りまげたり、汚したりしないでください。記述用解答用紙の下敷きにマークシートを使用することは絶対にさけてください。
4. 記述用解答用紙には、受験番号と氏名を2か所に記入してください。なお、受験番号の前に空位があってもゼロをつけないでください。
5. マークシートの受験番号および受験番号のマーク記入は、電算処理上非常に重要なので、誤記のないよう特に注意してください。
6. 解答用紙は、解答が終わったら裏がえしにしてください。

I 次の問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

空間に3点 $A(1, 0, 0)$, $B(1, 2, 0)$, $C(0, 2, 2)$ をとり、 P を直線 OB 上の点、 Q を直線 AC 上の点とする。

- (1) $\vec{u}$ を $\vec{OB}$, $\vec{AC}$ と直交する第1成分が正の単位ベクトルとすれば $\vec{u} =$ ア である。
- (2) $\vec{OA} =$ イ $\vec{OB} +$ ウ $\vec{AC} +$ エ $\vec{u}$ と表せる。
- (3) $\vec{PQ}$ が $\vec{u}$ に平行であるとき、 $\vec{OP} =$ オ $\vec{OB}$, $\vec{AQ} =$ カ $\vec{AC}$ と表せる。また、そのとき Q の座標は キ である。

問題Iのアの解答欄

- | | |
|--|---|
| Ⓐ $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ | Ⓑ $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ |
| Ⓒ $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ | Ⓓ $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ |
| Ⓔ $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ | Ⓕ $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ |
| Ⓖ $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ | Ⓖ $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ |

問題Iのイ、ウ、エ、オ、カの解答群

- | | | | | |
|------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------|
| Ⓐ -1 | Ⓑ 1 | Ⓒ $-\frac{1}{2}$ | Ⓓ $\frac{1}{2}$ | Ⓔ $-\frac{1}{3}$ |
| Ⓕ $\frac{1}{3}$ | Ⓖ $-\frac{2}{3}$ | Ⓖ $\frac{2}{3}$ | Ⓙ $-\frac{1}{6}$ | Ⓚ $\frac{1}{6}$ |
| Ⓚ $-\frac{5}{6}$ | Ⓛ $\frac{5}{6}$ | Ⓜ $-\frac{2}{7}$ | Ⓝ $\frac{2}{7}$ | Ⓞ $-\frac{5}{7}$ |
| Ⓟ $\frac{5}{7}$ | Ⓠ $-\frac{2\sqrt{6}}{7}$ | Ⓡ $\frac{2\sqrt{6}}{7}$ | Ⓢ $-\frac{2}{\sqrt{6}}$ | |
| Ⓣ $\frac{2}{\sqrt{6}}$ | Ⓤ $-\frac{2}{9}$ | Ⓥ $\frac{2}{9}$ | Ⓦ $-\frac{7}{9}$ | Ⓧ $\frac{7}{9}$ |

問題Iのキの解答群

- | | |
|---|---|
| Ⓐ $\left(\frac{7}{9}, \frac{4}{9}, \frac{4}{9}\right)$ | Ⓑ $\left(\frac{7}{9}, -\frac{4}{9}, \frac{4}{9}\right)$ |
| Ⓒ $\left(\frac{6}{7}, \frac{3}{7}, \frac{1}{7}\right)$ | Ⓓ $\left(\frac{6}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{1}{7}\right)$ |
| Ⓔ $\left(\frac{3}{2\sqrt{6}}, \frac{2}{2\sqrt{6}}, \frac{3}{2\sqrt{6}}\right)$ | |
| Ⓕ $\left(\frac{3}{2\sqrt{6}}, -\frac{2}{2\sqrt{6}}, \frac{3}{2\sqrt{6}}\right)$ | |
| Ⓖ $\left(\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{3}}{12}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ | Ⓖ $\left(\frac{\sqrt{3}}{6}, -\frac{\sqrt{3}}{12}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ |

Ⅱ 次の問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

(1) $\frac{2x+1}{(x+1)(x-2)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-2}$ が成立するとき、

$(a, b) = \boxed{\text{ク}}$ である。

(2) $\int_0^1 \frac{2x+1}{(x+1)(x-2)} dx = \boxed{\text{ケ}}$ 。

(3) $\frac{2x+1}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{(x+1)^2} + \frac{c}{x-2}$ が成立するとき

$(a, b, c) = \boxed{\text{コ}}$ である。

(4) $\int_0^1 \frac{2x+1}{(x+1)^2(x-2)} dx = \boxed{\text{サ}}$ 。

問題Ⅱのクの解答群

- | | | |
|---|---|--|
| ㉐ $\left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$ | ㉑ $\left(\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ | ㉒ $\left(-\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$ |
| ㉓ $\left(-\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ | ㉔ $\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$ | ㉕ $\left(\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}\right)$ |
| ㉖ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$ | ㉗ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}\right)$ | |

問題Ⅱのケの解答群

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| ㉘ $-2 \log 2$ | ㉙ $-\frac{4}{3} \log 2$ | ㉚ $-\frac{2}{3} \log 2$ |
| ㉛ $-\frac{1}{3} \log 2$ | ㉜ $\frac{1}{3} \log 2$ | ㉝ $\frac{2}{3} \log 2$ |
| ㉞ $\frac{4}{3} \log 2$ | ㉟ $2 \log 2$ | |

問題Ⅱのコの解答群

- | | |
|---|--|
| ㊱ $\left(\frac{5}{9}, \frac{1}{3}, \frac{5}{9}\right)$ | ㊲ $\left(\frac{5}{9}, \frac{1}{3}, -\frac{5}{9}\right)$ |
| ㊳ $\left(-\frac{5}{9}, \frac{1}{3}, \frac{5}{9}\right)$ | ㊴ $\left(-\frac{5}{9}, \frac{1}{3}, -\frac{5}{9}\right)$ |
| ㊵ $\left(\frac{1}{9}, \frac{5}{3}, \frac{1}{9}\right)$ | ㊶ $\left(\frac{1}{9}, \frac{5}{3}, -\frac{1}{9}\right)$ |
| ㊷ $\left(-\frac{1}{9}, \frac{5}{3}, \frac{1}{9}\right)$ | ㊸ $\left(-\frac{1}{9}, \frac{5}{3}, -\frac{1}{9}\right)$ |

問題Ⅱのサの解答群

- | | |
|---------------------------------------|--|
| ㊹ $\frac{5}{6} - \frac{2}{9} \log 2$ | ㊺ $-\frac{5}{6} + \frac{2}{9} \log 2$ |
| ㊻ $\frac{5}{6} - \frac{4}{9} \log 2$ | ㊼ $-\frac{5}{6} + \frac{4}{9} \log 2$ |
| ㊽ $\frac{1}{6} - \frac{8}{9} \log 2$ | ㊾ $-\frac{1}{6} + \frac{8}{9} \log 2$ |
| ㊿ $\frac{1}{6} - \frac{10}{9} \log 2$ | ㋀ $-\frac{1}{6} + \frac{10}{9} \log 2$ |

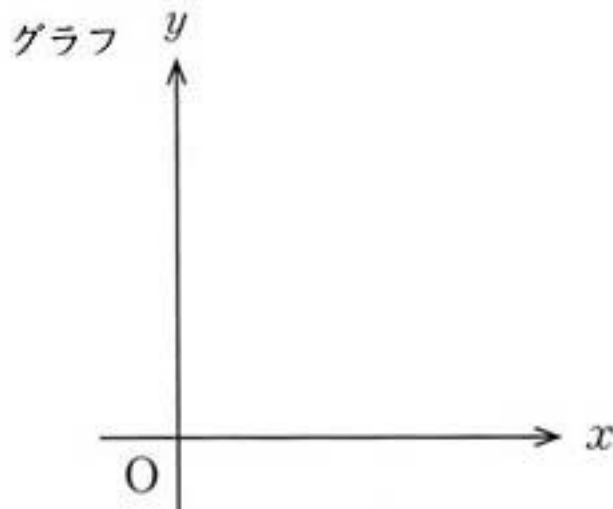
Ⅲ x 軸と平行に負の方向に点 $(c, 1)$ から発した光線が $y = Ax$, $y = -Bx$ を反射面に持つ二つの鏡に反射して、第 N 回目の反射の直後からそれまでの軌跡を全く逆にたどって元の点に戻ってきたとする。

ただし、 A, B, c はそれぞれ $A > 0$, $B \geq 0$, $c > \frac{1}{A}$ をみたす定数とし、 $A = \tan \alpha$, $B = \tan \beta$ とおく。

- (1) $N = 2$ の場合に、 A がとりうる値の範囲と第二の反射点 $P(X, Y)$ が描く軌跡の方程式を求めよ。
- (2) $N = 6$ の場合に、 A がとりうる値の範囲を求めよ。ただし、三角関数を使わずにそれを表せ。

IV $f(x) = e^{-1/x}$ ($x > 0$)とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ。
- (2) $f'(x)$, $f''(x)$ を求めよ。
- (3) $y = f(x)$ ($x > 0$)のグラフの概形を描け。また、変曲点を求めよ。必要であれば、 $\lim_{t \rightarrow \infty} t^n e^{-t} = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)を用いてよい。



- (4) 点 $(a, 1)$ から $f(x)$ のグラフに引ける接線がちょうど1本となる a の値を求めよ。ただし、 $a > 0$ とする。