

I 一辺の長さが 100 m の正三角形をこの三角形の中線を軸として回転してできる直円錐の形の山がある。次の問に答えよ。ただし、答えは m を単位として表し、小数部分は切り捨てよ。

- (1) 山の斜面上、真南にあって、山のふもとから頂上までの高さの 5 分の 1 の高さの地点 A と、真北にあって、山のふもとから頂上までの高さの 5 分の 2 の高さの地点 B とを、この山の斜面に沿って結ぶ経路の最短距離を求めよ。
- (2) (1)の 2 地点 A, B を直線で結ぶトンネルを掘るときその長さ、つまり、A, B を結ぶ線分の長さ、を求めよ。

Ⅱ 白玉 3 個，赤玉 7 個が入った袋から，1 回に 1 つの玉を取り出してその色を見る。取り出した玉を袋に戻さずに，この操作を続け，初めて赤玉を取り出したときこの操作を終了することにする。このとき，次の問に答えよ。

- (1) 玉を取り出すことがちょうど 3 回目で，この操作が終了する確率を求めよ。
- (2) 玉を取り出すことが 3 回目までで，この操作が終了する確率を求めよ。
- (3) 操作を終了するまでに玉を取り出す回数の期待値を求めよ。

Ⅲ 次の問に答えなさい。

- (1) 一般に、 $a \geq 0$, $b \geq 0$ に対して $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ が成り立ち、等号は、 $a = b$ のとき、そのときに限り成り立つ。これを用いて、任意の実数 t に対して、

$$10^t + 10^{-t} \geq 2$$

を示せ。

- (2) k を実数とし、 $y = 100^t + 100^{-t} - 4k(10^t + 10^{-t})$ とするとき、 $x = 10^t + 10^{-t}$ とおいて、 y を x の式で表せ。
- (3) t が実数全体を動くとき、 $y = 100^t + 100^{-t} - 4k(10^t + 10^{-t})$ の最小値を求めよ。また、そのときの t の値を求めよ。