I　放物線 $y=x^2$ と円 $x^2+(y-a)^2=16$ との共有点の個数を求めよ。ただし，a は任意の実数とする。

Ⅱ　原点O，点$A(4,\ 4)$，$B(8,\ 0)$を頂点とする三角形がある。線分OAとABをそれぞれ$\alpha : 1-\alpha\ (0<\alpha<1)$に内分する点をP，Qとする。さらに，線分PQを$\alpha : 1-\alpha$に内分する点をRとする。

(1)　αが0と1の間を変化するとき，点Rの軌跡を表す曲線の方程式を求めよ。

(2)　三角形OABはこの曲線によって2つの部分に分けられる。このとき，2つの部分の面積の比を求めよ。

Ⅲ　長方形 ABCD がある。$\mathrm{AB}=a$，$\mathrm{BC}=b$ とおき，辺 BC 上に一点 P，辺 DC 上に一点 Q をとる。この長方形を線分 PQ に沿って折り，頂点 C の像 C$'$ が辺 AD 上にあるようにする。

(1)　像 C$'$ が辺 AD 上にあるための a，b の間の条件を求めよ。

(2)　$\mathrm{QC}=x$，$\mathrm{PQ}=y$ とおくとき，y^2 を x の式で表し，x の範囲を求めよ。

(3)　とくに $b \geqq 2a$ のとき，y^2 の最小値を求めよ。