

I 次の問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

関数 $f(x) = e^x + e^{-2x}$ は、 $x =$ ア のとき最小であり、最小値は イ である。

曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 2$ の2つの交点の x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とすれば、 $\alpha =$ ウ , $\beta =$ エ である。

このとき、 $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx =$ オ である。

問題 I のアの解答群

- (a) $-\log 3$ (b) $-\log 2$ (c) $-\frac{1}{2} \log 3$ (d) $-\frac{1}{2} \log 2$
 (e) $-\frac{1}{3} \log 3$ (f) $-\frac{1}{3} \log 2$ (g) $\frac{1}{3} \log 2$ (h) $\frac{1}{3} \log 3$
 (i) $\frac{1}{2} \log 2$ (j) $\frac{1}{2} \log 3$ (k) $\log 2$ (l) $\log 3$

問題 I のイの解答群

- (a) $\frac{9}{4}$ (b) $\frac{28}{9}$ (c) $\frac{9}{2}$ (d) $\frac{28}{3}$
 (e) $3 \cdot 2^{-\frac{2}{3}}$ (f) $4 \cdot 3^{-\frac{2}{3}}$ (g) $3 \cdot 2^{-\frac{1}{3}}$ (h) $4 \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$
 (i) $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$ (j) $\frac{1+3\sqrt{3}}{3}$ (k) $\frac{4+\sqrt{2}}{2}$ (l) $\frac{9+\sqrt{3}}{3}$

問題 I のウ、エの解答群

- (a) 0 (b) 1 (c) $\log(3 - \sqrt{5})$
 (d) $\log \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ (e) $\log \frac{3 - \sqrt{5}}{4}$ (f) $\log(-1 + \sqrt{5})$
 (g) $\log \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ (h) $\log \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$ (i) $\log(1 + \sqrt{5})$
 (j) $\log \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ (k) $\log \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$ (l) $\log(3 + \sqrt{5})$
 (m) $\log \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ (n) $\log \frac{3 + \sqrt{5}}{4}$

問題 I のオの解答群

- (a) $\frac{3 - \sqrt{5}}{4}$ (b) $\frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$ (c) $\frac{1 + \sqrt{5}}{4}$
 (d) $\frac{3 + \sqrt{5}}{4}$ (e) $\frac{2(3 - \sqrt{5})}{3}$ (f) $\frac{2(-1 + \sqrt{5})}{3}$
 (g) $\frac{2(1 + \sqrt{5})}{3}$ (h) $\frac{2(3 + \sqrt{5})}{3}$ (i) $\frac{3(3 - \sqrt{5})}{4}$
 (j) $\frac{3(-1 + \sqrt{5})}{4}$ (k) $\frac{3(1 + \sqrt{5})}{4}$ (l) $\frac{3(3 + \sqrt{5})}{4}$

Ⅱ 次の問題の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。

3以上20以下の素数を小さい順に $p_1 = 3, p_2 = 5, \dots, p_k$ と並べる。整数 n ($1 \leq n \leq k-2$) について、2次以下の多項式 $f_n(x) = a_n x^2 + b_n x + c_n$ は、次の3条件をみたしている。

$$f_n(0) = p_n, f_n(1) = p_{n+1}, f_n(2) = p_{n+2}$$

このとき、 $1 \leq n \leq k-2$ の範囲に $a_n = 0$ となる n は カ 個あり、
 $a_n < 0$ となる n は キ 個ある。また、 $a_3 =$ ク , $b_3 =$ ケ
である。一方、 $b_n^2 - 4a_n c_n < 0$ となる n は コ 個ある。

問題Ⅱのカ、キ、ク、ケ、コの解答群

- | | | | |
|------|------|------|------|
| Ⓐ -5 | Ⓑ -4 | Ⓒ -3 | Ⓓ -2 |
| Ⓔ -1 | Ⓕ 0 | Ⓖ 1 | Ⓗ 2 |
| Ⓘ 3 | Ⓖ 4 | Ⓚ 5 | ① 6 |
| Ⓜ 7 | Ⓝ 8 | ⑨ 9 | Ⓟ 10 |

Ⅲ 三角形 ABC の 3 頂点 A, B, C は点 O を中心とする半径 1 の球面の上において直線 OA は直線 OB と直交している。そして, 三角形 ABC を含む平面とこの球面との交わりの円の中心を K とするとき,

$$\overrightarrow{AK} = \frac{3}{8} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{8} \overrightarrow{AC}$$

が成立している。

(1) $\overrightarrow{OK} = x \overrightarrow{OA} + y \overrightarrow{OB} + z \overrightarrow{OC}$ をみたす x, y, z を求めよ。

(2) 内積 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ と $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA}$ を求めよ。

(3) 直線 AK とこの球面とのもう一つの交点を L とするとき,

$$\overrightarrow{OL} = p \overrightarrow{OA} + q \overrightarrow{OB} + r \overrightarrow{OC} \text{ をみたす } p, q, r \text{ を求めよ。}$$

(4) 点 L を (3) のように定めたとき $\cos \angle AOL$ を求めよ。

IV xy 平面上の曲線 C が媒介変数 t を用いて $x = e^t$, $y = \sin t$ と表されている。

このとき以下の問に答えよ。

- (1) 曲線 C をグラフとする $x > 0$ で定義された関数 $y = f(x)$ を求めよ。
- (2) $e^{-2\pi} < x < 1$ の範囲で $y = f(x)$ が極値をとるときの x の値を求めよ。
- (3) $y = f(x)$ のグラフの変曲点で $0 < x \leq 1$ の範囲にあるものを, x 座標が大きい方から順に $P_1, P_2, P_3, \dots$ とする。これらの変曲点のうちで $e^{-2\pi} < x < 1$ の範囲にあるものの座標を求めよ。