

I 次の問題文の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。(25 点)

平行四辺形 ABCD において、 $AB = 4$ 、 $BC = 5$ とし、 $\angle BCD$ の二等分線と直線 AD との交点を E、直線 CE と対角線 BD との交点を F とする。

$$\overrightarrow{BE} = a \overrightarrow{BA} + b \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{BF} = c \overrightarrow{BA} + d \overrightarrow{BC}$$

と表すと、 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}$ 、 $c = \boxed{\text{ウ}}$ 、 $d = \boxed{\text{エ}}$ である。

線分 BD を 1 : 2 に内分する点を H とし、直線 AH と DC の交点を K とする。

$$\overrightarrow{BK} = e \overrightarrow{BA} + f \overrightarrow{BC}$$

とおくとき、 $e = \boxed{\text{オ}}$ 、 $f = \boxed{\text{カ}}$ である。さらに、AH と BD が直交するとき、 $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AD}$ の内積は

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \boxed{\text{キ}}$$

である。

問題 I の解答群

(a) -3

(b) -2

(c) -1

(d) 1

(e) 2

(f) 3

(g) 5

(h) 7

(i) 9

(j) $-\frac{2}{3}$

(k) $-\frac{1}{3}$

(l) $\frac{1}{3}$

(m) $\frac{2}{3}$

(n) $-\frac{4}{5}$

(o) $-\frac{2}{5}$

(p) $-\frac{1}{5}$

(q) $\frac{1}{5}$

(r) $\frac{2}{5}$

(s) $\frac{4}{5}$

(t) $\frac{1}{9}$

(u) $\frac{4}{9}$

(v) $\frac{5}{9}$

Ⅱ 次の問題文の空欄に適する答を解答群から選び、その記号をマークシートに記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。(25点)

x の3次関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 3ax + 2b$ について、 $f(x)$ を多項式として $f'(x)$ で割った余りは $\boxed{\text{ク}}$ $x + \boxed{\text{ケ}}$ である。

以下、 a と b は整数とする。 x の3次方程式 $f(x) = 0$ が

$$a < \beta < \gamma \leq 4$$

を満たす実数解 a, β, γ をもつような整数の組 (a, b) は $\boxed{\text{コ}}$ 通りある。そのうち、 $a > 0$ となるのは、 $a = \boxed{\text{サ}}$, $b = \boxed{\text{シ}}$ のときであり、そのとき $a = \boxed{\text{ス}}$, $\beta = \boxed{\text{セ}}$, $\gamma = \boxed{\text{ソ}}$ である。

問題Ⅱのク、ケの解答群

- | | | | |
|-----------------|----------------|---------------|---------------|
| (a) $-2a + 40$ | (b) $-a + 4$ | (c) $a - 4$ | (d) $2a - 40$ |
| (e) $2a - 8$ | (f) $2a + 8$ | (g) $4a - 8$ | (h) $4a + 8$ |
| (i) $-10a + 2b$ | (j) $-2a + 2b$ | (k) $-a + 2b$ | (l) $a + 2b$ |
| (m) $2a + 2b$ | (n) $10a + 2b$ | | |

問題Ⅱのコ、サ、シの解答群

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| (a) -4 | (b) -3 | (c) -2 | (d) -1 |
| (e) 0 | (f) 1 | (g) 2 | (h) 3 |
| (i) 4 | (j) 5 | (k) 6 | (l) 7 |
| (m) 8 | (n) 9 | (o) 10 | (p) 11 |
| (q) 12 | | | |

問題Ⅱのス、セ、ソの解答群

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| (a) -2 | (b) -1 | (c) 0 | (d) 1 |
| (e) 2 | (f) 3 | (g) 4 | (h) $1 + \sqrt{3}$ |
| (i) $1 - \sqrt{3}$ | (j) $1 + \sqrt{5}$ | (k) $1 - \sqrt{5}$ | (l) $1 + \sqrt{6}$ |
| (m) $1 - \sqrt{6}$ | (n) $2 + \sqrt{2}$ | (o) $2 - \sqrt{2}$ | (p) $2 + \sqrt{3}$ |
| (q) $2 - \sqrt{3}$ | | | |

Ⅲ 放物線 $C: y = x^2$ 上の点 $P(s, s^2)$ における C の接線と点 $Q(t, t^2)$ における C の接線との交点を $R(X, Y)$ とし、点 P における C の法線と点 Q における C の法線との交点を $S(U, V)$ とする。ただし、 $0 < s < t$ とする。以下の問に答えよ。

(25 点)

- (1) 点 R と S の座標を s と t を用いて表せ。
- (2) S の座標を R の座標を用いて表せ。
- (3) 直線 RS が定点 $A(0, 1)$ を通るとき、点 R の座標 X, Y の満たす関係式を求めよ。

Ⅳ 座標平面上において、 O を原点、 $A(2, 0)$ とし、線分 OA を O を中心に正の向きに θ 回転した線分を OA' とおく。点 P と点 Q は次の関係を満たしている。

P は半直線 OA' 上にある。

Q は半直線 PA' を P を中心に正の向きに θ 回転した半直線上にある。

$OP = 1$, $PQ = r$, ただし r は $r \geq \frac{1}{4}$ を満たす定数である。

θ が $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲で動くとき、以下の問に答えよ。(25 点)

- (1) 点 Q の座標を r と θ を用いて表せ。
- (2) 点 Q の x 座標の最小値と、そのときの $\cos \theta$ の値を r を用いて表せ。
- (3) $r = \frac{1}{2}$ のとき、点 Q の y 座標の最大値と、そのときの θ の値を求めよ。
- (4) $r = \frac{1}{2}$ のとき、点 Q の描く曲線の長さ l を求めよ。