

I $p_1(x) = -3 + 2x$ とし, 2 以上の整数 n に対して多項式 $p_n(x)$ を

$$p_n(x) = p_{n-1}(x)(1 + 4xp_{n-1}(x))$$

と順に定義する。次の問に答えよ。(30 点)

- (1) $p_n(x)$ の x の係数を求めよ。
- (2) $p_n(x)$ の次数を求めよ。

II $AD \parallel BC$, $AD = 3$, $BC = 5$ である台形 $ABCD$ において $\angle B = \alpha$, $\angle C = \beta$

とする。また、台形 $ABCD$ の面積を S とする。次の問に答えよ。(30 点)

- (1) S を α , β を用いて表せ。
- (2) $\alpha + \beta = 135^\circ$ のとき、 S の最大値を求めよ。

III 次の問に答えよ。(40 点)

- (1) p, q, r を実数とし, $p \neq 0$ とする。2 次方程式 $px^2 + qx + r = 0$ は異なる 2 つの実数解 α, β をもつとする。ただし, $\alpha < \beta$ とする。このとき,

$$\int_{\alpha}^{\beta} (px^2 + qx + r) dx = -\frac{p}{6}(\beta - \alpha)^3$$

が成り立つことを示せ。

- (2) 放物線 $y = x^2 - 2x$ と放物線 $y = -x^2 + bx + c$ とで囲まれる部分の面積が一定値 72 であるとき, 放物線 $y = -x^2 + bx + c$ の頂点の軌跡を求めよ。