I　次の問題文の空欄にもっとも適する答を解答群から選び，その記号をマークシートに記入せよ。ただし，同じ記号を 2 度以上用いてもよい。(20 点)

xy 平面上の 2 つの点 $\mathrm{P}(u,\ v)$，$\mathrm{Q}(s,\ t)$ が

$$u = as + bt$$
$$v = cs + at$$

なる関係をみたしているとする。ただし，a，b，c は $a^2 - bc \neq 0$ をみたす実数である。

(1)　$\mathrm{Q}(s,\ t)$ が直線 $\ell_1 : x - 2y = 0$ の上を動くとき，$\mathrm{P}(u,\ v)$ は直線

$$m_1 : \boxed{\quad ア \quad}\ x - \boxed{\quad イ \quad}\ y = 0$$

の上を動く。また $\mathrm{Q}(s,\ t)$ が直線 $\ell_2 : 2x + y = 2$ の上を動くとき，$\mathrm{P}(u,\ v)$ は直線

$$m_2 : \boxed{\quad ウ \quad}\ x + \boxed{\quad エ \quad}\ y = \boxed{\quad オ \quad}$$

の上を動く。

(2)　2 直線 m_1，m_2 が直交するという。このとき，c は a，b を用いて

(C1) $c = \boxed{\quad カ \quad}\ b$　または　(C2) $c = \boxed{\quad キ \quad}\ a + \boxed{\quad ク \quad}\ b$

と表せる。

(3)　c が (C1) をみたし，かつ m_2 が ℓ_1 と ℓ_2 の交点を通るとする。このとき a，b は

$$(a - \boxed{\quad ケ \quad})^2 + (b - \boxed{\quad コ \quad})^2 = \boxed{\quad サ \quad}$$

をみたす。また，c が (C2) をみたすとき，ℓ_2 が m_1 と m_2 の交点を通るならば a，b は

$$b = \boxed{\quad シ \quad}\ a + \boxed{\quad ス \quad}$$

をみたす。

問題 I の(1)の解答群

ⓐ a	ⓑ b	ⓒ c	ⓓ $a + 2b$	ⓔ $a + 2c$
ⓕ $b + 2c$	ⓖ $2a + b$	ⓗ $a - 2b$	ⓘ $2a - c$	ⓙ $2b - c$
ⓚ $a + b$	ⓛ $b + c$	ⓜ $2(a^2 - bc)$	ⓝ $a^2 - bc$	ⓞ $a^2 + bc$

問題 I の(2)，(3)の解答群

ⓐ 0	ⓑ 1	ⓒ -1	ⓓ 2	ⓔ -2	ⓕ 3	ⓖ -3
ⓗ 4	ⓘ -4	ⓙ $\frac{1}{2}$	ⓚ $-\frac{1}{2}$	ⓛ $\frac{3}{2}$	ⓜ $-\frac{3}{2}$	ⓝ $\frac{1}{4}$
ⓞ $-\frac{1}{4}$	ⓟ $\frac{3}{4}$	ⓠ $-\frac{3}{4}$	ⓡ $\frac{5}{4}$	ⓢ $-\frac{5}{4}$	ⓣ $\frac{7}{4}$	ⓤ $-\frac{7}{4}$

II 次の問題文の空欄にもっとも適する答を解答群から選び，その記号をマークシートに記入せよ。ただし，同じ記号を 2 度以上用いてもよい。(20 点)

実数 x に対して

$$f(x)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left|e^x\cos t-\sin 2t\right|dt$$

とおく。

(1) t の方程式 $e^x\cos t-\sin 2t=0$ が $0<t<\frac{\pi}{2}$ の範囲に解をもつような x の条件は $x<$ $\boxed{\text{セ}}$ である。$x\geqq$ $\boxed{\text{セ}}$ のときは $f(x)=$ $\boxed{\text{ソ}}$ である。$x<$ $\boxed{\text{セ}}$ のときは t の方程式 $e^x\cos t-\sin 2t=0$ の解を t_0 とおくと $\sin t_0=$ $\boxed{\text{タ}}$ となり，$f(x)=$ $\boxed{\text{チ}}$ $-$ $\boxed{\text{ソ}}$ である。

(2) 関数 $f(x)$ はすべての点で微分可能であることが (1) よりわかる。
さらに，$\lim_{x\to\infty}f(x)=$ $\boxed{\text{ツ}}$ かつ $\lim_{x\to-\infty}f(x)=$ $\boxed{\text{テ}}$ である。また $f(x)$ は $x=$ $\boxed{\text{ト}}$ で最小値 $\boxed{\text{ナ}}$ をとり，関数 $f(x)$ のグラフは $x=$ $\boxed{\text{ニ}}$ に変曲点を持つ。

問題IIセ，ツ，テ，ト，ナ，ニの解答群

ⓐ $-\infty$	ⓑ -1	ⓒ $-\frac{1}{2}$	ⓓ 0	ⓔ $\frac{1}{2}$
ⓕ 1	ⓖ $\frac{3}{2}$	ⓗ ∞	ⓘ $-2\log 2$	ⓙ $-\log 2$
ⓚ $-\frac{1}{2}\log 2$	ⓛ $\log 2$	ⓜ $2\log 2$		

問題IIソ，タ，チの解答群

ⓐ $\frac{1}{2}e^{-x}$	ⓑ $\frac{1}{2}(e^{-x}-1)$	ⓒ e^{-x}	ⓓ $e^{-x}+1$
ⓔ $e^{-x}-1$	ⓕ $\frac{1}{2}e^{x}$	ⓖ $\frac{1}{2}(e^{x}+1)$	ⓗ e^{x}
ⓘ $e^{x}+1$	ⓙ $e^{x}-1$	ⓚ $\frac{1}{2}e^{-2x}$	ⓛ $\frac{1}{2}(e^{-2x}-1)$
ⓜ $\frac{1}{2}e^{2x}$	ⓝ $\frac{1}{2}(e^{2x}+1)$	ⓞ e^{2x}	ⓟ $e^{2x}+1$

III　時刻とともに半径が変化する円 O_t が，一辺の長さ 1 の正方形 ABCD 内にあり，辺に接しながら次のように移動している。

(i)　時刻 $t \geqq 0$ において円 O_t の半径は at である。ただし，a は $0 < a < 1$ をみたす定数である。時刻 $t = 0$ においては，O_0 は 1 点である。

(ii)　円 O_t は時刻 $t = 0$ に頂点 A を出発し，辺 AB に接しながら移動する。接点は移動速度 1 で頂点 B へ向かって進む。

(iii)　辺 BC に接した時点で移動方向を変え，以後，辺 CD に接するまでは正方形 ABCD 内を辺 BC に接しながら移動する。接点は移動速度 1 で頂点 C へ向かって進む。

(iv)　以下同様に，常に接点の移動速度 1 で，正方形 ABCD 内を辺に接しながら次の辺に接するまで進み，次の辺に接した時点で方向を変えて移動を続ける。

(v)　半径が大きくなり，円が正方形 ABCD 内でそれ以上大きくなれなくなるまで移動を続ける。

$t_0 = 0$ とおき，最初に円 O_t が移動の方向を変える時刻を t_1，次に方向を変える時刻を t_2，以下順次，移動の方向を変える時刻を t_3，t_4，t_5，$\cdots$ とする。また，$s_n = t_n - t_{n-1}$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とおく。以下の問に答えよ。(30 点)

(1)　t_1 と t_2 を a で表せ。また，$0 \leqq t \leqq t_5$ の範囲で円 O_t の中心が描く軌跡の概形を図に描け。

(2)　t_n を t_{n-1} と a で表し，s_n を a で表せ。

(3)　無限級数の和

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} s_n$$

を a で表せ。

(4)　正方形 ABCD の対角線 AC と BD の交点を H とする。$0 \leqq t \leqq t_1$ の範囲で円 O_t が点 H を通過するような a の最小値を求めよ。

IV　xy 平面内の曲線 $y = \log(1-x) + t$ $(0 \leqq x < 1)$ を y 軸のまわりに回転して得られる曲面を S_t とする。また，直線 $y = 0$ を y 軸のまわりに回転して得られる平面を P とする。このとき以下の問に答えよ。(30 点)

(1)　曲面 S_t，S_{t+1} $(t > 0)$ によって囲まれる領域を平面 P で切ったときの断面積 $A(t)$ と $\lim_{t \to \infty} A(t)$ を求めよ。

(2)　$t > 0$ のとき，$A(t)$ のとり得る値の範囲を求めよ。

(3)　曲面 S_t，S_{t+1} と平面 P によって囲まれる領域の体積 $V(t)$ と $\lim_{t \to \infty} V(t)$ を求めよ。