

2004 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 14:50～15:50 60 分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述用のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル（いずれもHB・黒）を使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を2か所記入してください。

I 三角形の3つの頂点から、それぞれ対辺またはその延長上に下ろした垂線は、1点で交わる。この交点を、その三角形の垂心という。

3点 $A(a, 4)$, $B(0, 0)$, $C(5, 0)$ を頂点とする三角形がある。この三角形の重心を G , 垂心を H とする。次の間に答えよ。(30 点)

- (1) G と H の座標を求めよ。
- (2) $\triangle GBC$ と $\triangle HBC$ の面積の比が $16:9$ のとき、 a の値を求めよ。

II 放物線 $y = x^2 + ax + 1$ と $y = 2x^2 + x + a$ について、次の間に答えよ。(30 点)

- (1) 2つの放物線が異なる2点で交わる時、定数 a の値の範囲を求めよ。
- (2) a が(1)の範囲を動くとき、2つの放物線の交点を結ぶ線分の中点が描く曲線の方程式を求めよ。

Ⅲ 次の問に答えよ。(40 点)

- (1) 等式 $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ を証明せよ。
- (2) n を 1 以上の整数とすると、 $1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2$ を求めよ。