

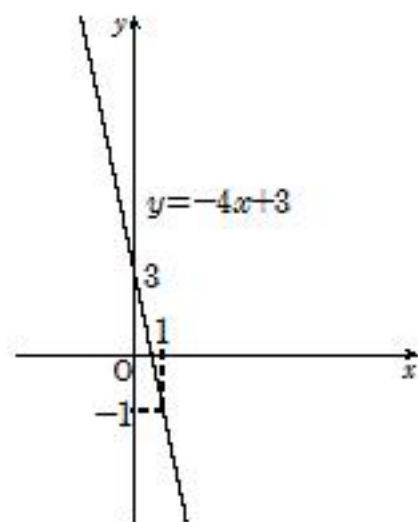
$$I. (1) \quad y = x^2 - 2(m+2)x + m^2 - 1$$

$$= \{x - (m+2)\}^2 - 4m - 5$$

∴ 頂点 $(m+2, -4m-5)$

であり、頂点の軌跡が
 (X, Y) を通るとすると、

$$\begin{cases} X = m+2 & \dots ① \\ Y = -4m-5 & \dots ② \end{cases}$$



より、 m を消去して、 X, Y の関係式を求めたものが、求める軌跡。
 で、①より、 $m = X - 2$ 。②に代入して整理すると、

$$Y = -4X + 3$$

ゆえに、求める頂点の軌跡は、直線 $y = -4x + 3 //$

$$(2) \quad f(x) = x^2 - 2(m+2)x + m^2 - 1 = \{x - (m+2)\}^2 - 4m - 5$$

とすると、

(i) $f(x) = 0$ が正の重解をもつとき、

$$\begin{cases} \text{軸} : m+2 > 0 & \therefore m > -2 \\ \text{頂点のy座標} : -4m-5 = 0 & \therefore m = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\text{以上より、} m = -\frac{5}{4}$$

(ii) $f(x) = 0$ が正と負の異なる2つの解をもつとき、

$$f(0) < 0 \text{ であればよく、}$$

$$f(0) = m^2 - 1 < 0 \quad \therefore -1 < m < 1$$

$$\text{以上(i)(ii)より、} m = -\frac{5}{4}, -1 < m < 1 //$$

(3) $f(x) = 0$ の解は、

$$x = m+2 \pm \sqrt{4m+5}$$

なので、2つの解の差は、

$$(m+2 + \sqrt{4m+5}) - (m+2 - \sqrt{4m+5}) = 2\sqrt{4m+5}$$

$$\therefore 2\sqrt{4m+5} = 10$$

$$\therefore 4m+5 = 25$$

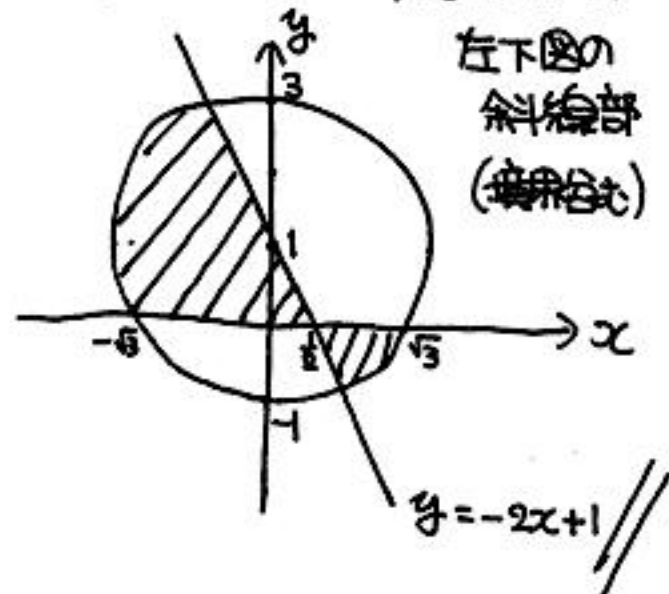
$$\therefore m = 5 //$$

$$\text{II. (1) } \begin{cases} y(2x+y-1) \leq 0 \dots \textcircled{1} \\ x^2+y^2-2y-3 \leq 0 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

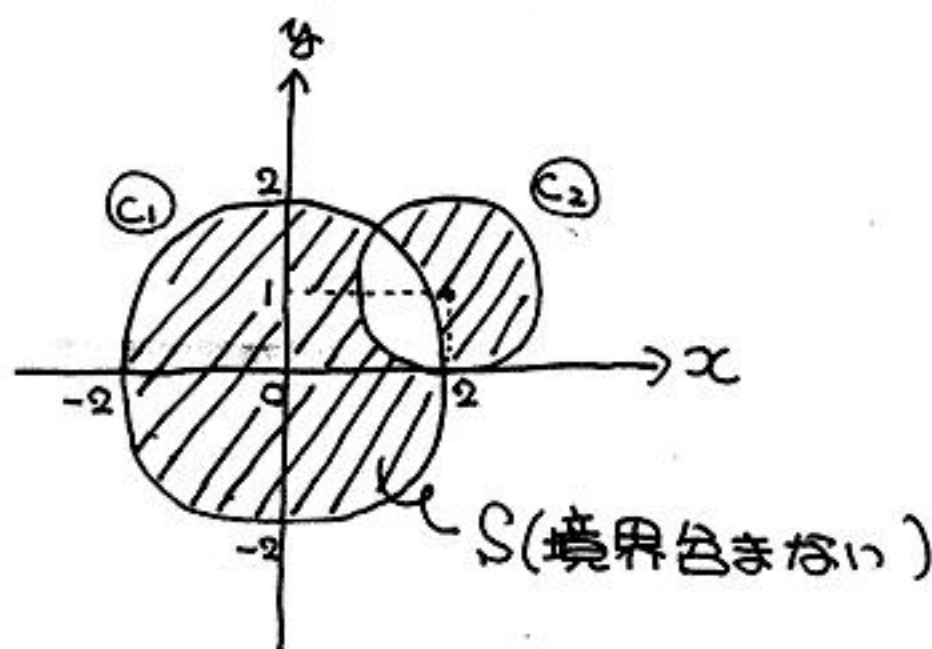
①より, $y \geq 0$ のとき $2x+y-1 \leq 0$
 $\therefore y \leq -2x+1$
 $y < 0$ のとき $2x+y-1 \geq 0$
 $\therefore y \geq -2x+1$

②より, $x^2+(y-1)^2 \leq 4$

∴ ①, ② の表す領域 R を図示すると,



(2) 領域 S を図示すると,



よって, 領域 S を不等式で表すと,

$$(x^2+y^2-4) \{ (x-2)^2+(y-1)^2-1 \} < 0$$

$$\therefore (x^2+y^2-4)(x^2+y^2-4x-2y+4) < 0 //$$

$$\text{III. (1) } -90^\circ \leq x \leq 90^\circ \text{ より, } -45^\circ \leq \frac{x}{2} \leq 45^\circ$$

$$\therefore -1 \leq \tan \frac{x}{2} \leq 1$$

$$\text{したがって, } -1 \leq t \leq 1 //$$

$$(2) \tan x = \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{2} \right)$$

$$= \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}} = \frac{2t}{1 - t^2}$$

$$\therefore \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \left(\frac{1 - t^2}{1 + t^2} \right)^2$$

$\cos x > 0$ より,

$$\therefore \cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} //$$

$$(3) \sin x = \tan x \cdot \cos x$$

$$= \frac{2t}{1 - t^2} \cdot \frac{1 - t^2}{1 + t^2} = \frac{2t}{1 + t^2} //$$

$$(4) \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 1 + \tan^2 \frac{x}{2} = 1 + t^2$$

より,

$$\begin{aligned} \tan \frac{x}{2} \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} \right)^2 (\sin x - \cos x) &= t \cdot (1 + t^2) \cdot \frac{t^2 + 2t - 1}{1 + t^2} \\ &= t^3 + 2t^2 - t \end{aligned}$$

$$f(t) = t^3 + 2t^2 - t \text{ とおく.}$$

$$f'(t) = 3t^2 + 4t - 1$$

$$f'(t) = 0 \text{ より, } t = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}$$

t	-1		$\frac{-2+\sqrt{7}}{3}$		1
f'(t)	/	-	0	+	/
f(t)	2	↘	最小	↗	2

よって, $-90^\circ \leq x \leq 90^\circ$ で,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{最大値をとる } t \text{ は } t = \pm 1 \\ \text{最小値をとる } t \text{ は } t = \frac{-2+\sqrt{7}}{3} \end{array} \right. //$$