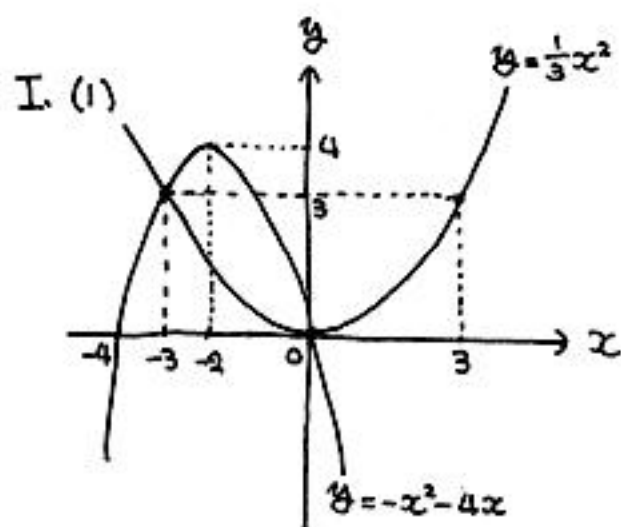




(2) 2つの放物線で囲まれた図形の面積 S は.

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-3}^0 \left\{ (-x^2 - 4x) - \frac{1}{3}x^2 \right\} dx \\
 &= \int_{-3}^0 -\frac{4}{3}x(x+3) dx \\
 &= -\frac{\frac{4}{3}}{6} \cdot \{0 - (-3)\}^3 \\
 &= 6 //
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad \frac{S}{2} &= \int_{\frac{t}{2}}^0 \left\{ (-x^2 - 4x) - \frac{1}{3}x^2 \right\} dx \\
 &= \int_{\frac{t}{2}}^0 \left(-\frac{4}{3}x^2 - 4x \right) dx \\
 &= \left[-\frac{4}{9}x^3 - 2x^2 \right]_{\frac{t}{2}}^0 = 3 \\
 \therefore \frac{t^3}{18} + \frac{t^2}{2} &= 3
 \end{aligned}$$

$$\therefore t^3 + 9t^2 - 54 = 0$$

$$\therefore (t+3)(t+3-3\sqrt{3})(t+3+3\sqrt{3}) = 0$$

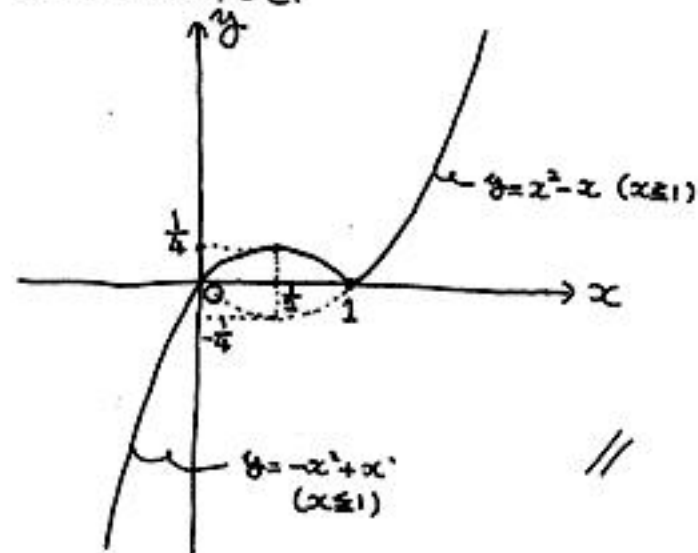
$$\therefore t = -3, -3 \pm 3\sqrt{3}$$

ここで、 $-3 < \frac{t}{2} < 0$, つまり、 $-6 < t < 0$
 なので、

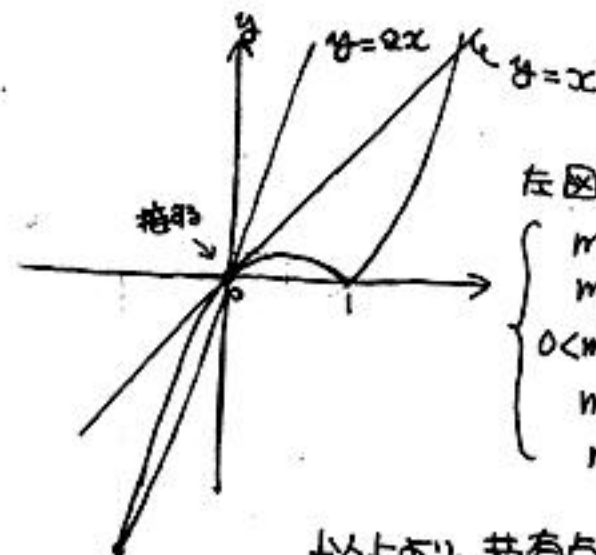
$$\therefore t = -3 //$$

$$\text{II. (1)} \quad y = x|1-x| = \begin{cases} -x^2+x = -(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} & (x \leq 1) \\ x^2-x = (x-\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} & (x \geq 1) \end{cases}$$

お、2. 図示すると.



(2) $y = mx$ と $y = -x^2 + x$ が接するときの m の値は.
 $mx = -x^2 + x$ より, $x^2 + (m-1)x = 0$ の判別式 $D=0$.
 $\therefore D = (m-1)^2 = 0 \quad \therefore m=1$



左図より, 共有点の数は.

$$\begin{cases} m > 1 \text{ のとき } 3 \text{ 個} \\ m = 1 \text{ のとき } 2 \text{ 個} \\ 0 < m < 1 \text{ のとき } 3 \text{ 個} \\ m = 0 \text{ のとき } 2 \text{ 個} \\ m < 0 \text{ のとき } 1 \text{ 個} \end{cases}$$

以上より, 共有点の個数は.

$$\begin{cases} 3 \text{ 個} & (0 < m < 1, m > 1 \text{ のとき}) \\ 2 \text{ 個} & (m = 0, 1 \text{ のとき}) \\ 1 \text{ 個} & (m < 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$\text{III. (1)} \quad \vec{OG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} //$$

$$\begin{aligned}\vec{OC} &= \vec{OG} + \vec{GC} \\ &= \vec{OG} + \vec{AG} \\ &= \vec{OG} + \vec{OG} - \vec{OA} \\ &= 2\vec{OG} - \vec{OA}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= 2\left(\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}\right) - \vec{a} \\ &= -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} //\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{GB} &= \vec{OB} - \vec{OG} \\ &= \vec{b} - \left(\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}\right) \\ &= -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}\end{aligned}$$

したがって、

$$\vec{OC} = \vec{GB}$$

$$\text{ゆえに、} |\vec{OC}| = |\vec{GB}|$$

なので、

$$OC = GB //$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \vec{OG'} &= \frac{1}{3}\vec{OC} + \frac{1}{3}\vec{OD} \\ &= \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}\right) \\ &= \frac{1}{3}\vec{b} //\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{OD} &= \vec{OG} + 2\vec{GG'} \\ &= \vec{OG} + 2(\vec{OG'} - \vec{OG}) \\ &= -\vec{OG} + 2\vec{OG'} \\ &= -\left(\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}\right) + \frac{2}{3}\vec{b} \\ &= -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} //\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad \vec{DG'} &= \vec{G'O} \\ &= \vec{OG'} - \vec{OG} \\ &= \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{b} \\ &= \frac{1}{3}\vec{a} //\end{aligned}$$

また、 $\triangle G'DO$ の $\triangle OAB$ を示すには、辺の比が一定であることを示せばよい。

$$\vec{DG'} = \frac{1}{3}\vec{OA} \quad \text{より、} DG' : AO = 1 : 3 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\vec{OG'} = \frac{1}{3}\vec{OB} \quad \text{より、} OG' : BO = 1 : 3 \quad \dots \textcircled{2}$$

また、

$$\vec{OD} = \frac{1}{3}(-\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{3}\vec{AB} \quad \text{より、} OD : BA = 1 : 3 \quad \dots \textcircled{3}$$

以上①～③より、 $\triangle G'DO$ と $\triangle OAB$ において3組の辺の比が

それぞれ等しいから、 $\triangle G'DO \sim \triangle OAB //$