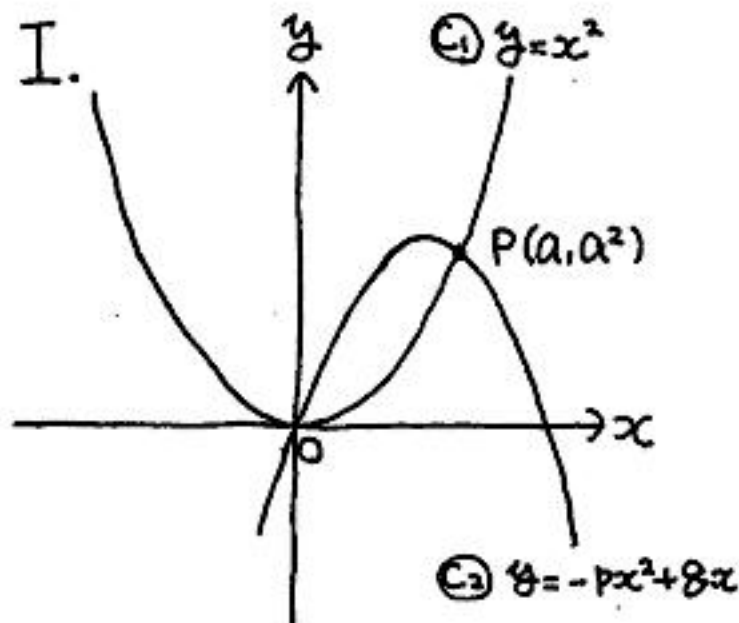




(1) C_2 に、 $P(a, a^2)$ を代入して、

$$a = -pa + 8 \quad //$$

(2)

C_1, C_2 の P における接線を、
それぞれ、 l_1, l_2 とする。

l_1, l_2 の傾きをそれぞれ m_1, m_2 とすると、

$$y' = 2x, \quad y' = -2px + 8$$

より、

$$m_1 = 2a, \quad m_2 = -2pa + 8$$

また、直交条件は $m_1 m_2 = -1$ より、

$$m_1 m_2 = 2a(-2pa + 8) = -1$$

$$\therefore -4pa^2 + 28a + 1 = 0 \quad //$$

(3) (1), (2) より、 C_1, C_2 の P における接線が直交する条件として、

$$\begin{cases} a^2 = -pa^2 + 8a & \dots \textcircled{1} \\ -4pa^2 + 28a + 1 = 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

が得られた。この①, ②を連立して、 $p, 8$ を求めればよいので、

①, ②より、

$$\begin{cases} p = 1 + \frac{1}{2a^2} \\ 8 = 2a + \frac{1}{2a} \end{cases} \quad //$$

$$\text{II. } \sqrt{2} a_n^5 = a_{n-1}^6 \quad (n=2, 3, 4, \dots)$$

この両辺に、底を2とした対数をとると、

$$\log_2 \sqrt{2} a_n^5 = \log_2 a_{n-1}^6$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} + 5 \log_2 a_n = 6 \log_2 a_{n-1}$$

$$\therefore \log_2 a_n = \frac{6}{5} \log_2 a_{n-1} - \frac{1}{10}$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{6}{5} \alpha - \frac{1}{10} \quad (\alpha = \frac{1}{2})$$

$$\log_2 a_n - \frac{1}{2} = \frac{6}{5} \left(\log_2 a_{n-1} - \frac{1}{2} \right)$$

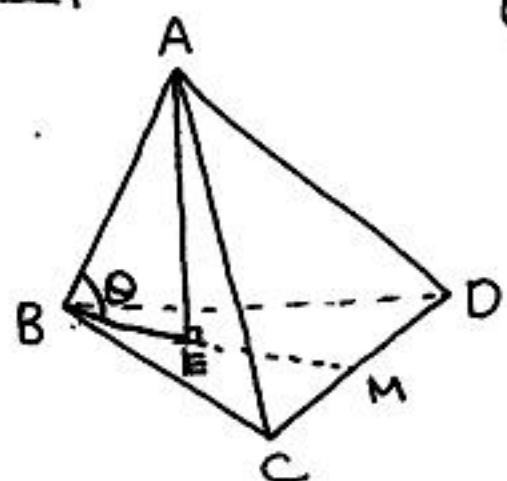
したがって、

$$\log_2 a_n - \frac{1}{2} = \left(\log_2 a_1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{6}{5} \right)^{n-1}$$

$$\therefore \log_2 a_n = \left(\log_2 a_1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{6}{5} \right)^{n-1} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore a_n = 2^{\left\{ \left(\log_2 a_1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{6}{5} \right)^{n-1} + \frac{1}{2} \right\}} \quad (n=1, 2, \dots) //$$

III.



(1) $BE = CE = DE$ であることを示せばよい。

$\triangle ABE$ において.

$$BE^2 = AB^2 - AE^2 \dots ①$$

$\triangle ACE$ において.

$$CE^2 = AC^2 - AE^2 \dots ②$$

$\triangle ADE$ において.

$$DE^2 = AD^2 - AE^2 \dots ③$$

四角形 $ABCD$ は正四面体なので.

$$AB = AC = AD \quad \therefore AB^2 = AC^2 = AD^2 \dots ④$$

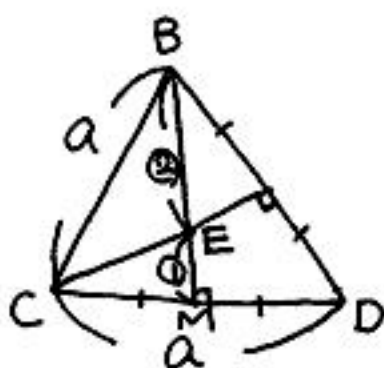
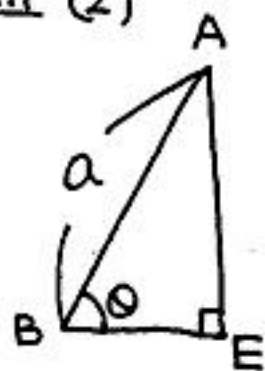
$\therefore$ ①~④より

$$BE^2 = CE^2 = DE^2$$

BE, CE, DE は正なので.

ゆえに. $BE = CE = DE //$

III (2)



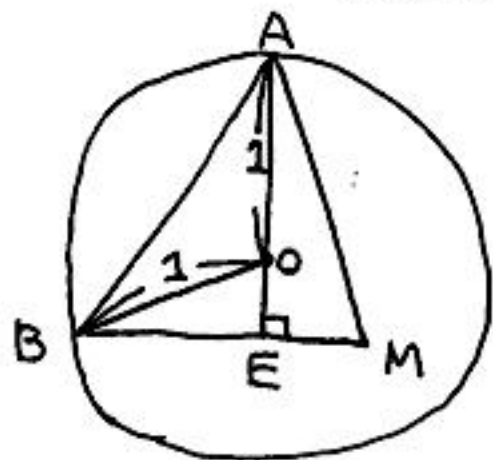
正四面体の一辺の長さを a とすると.

E は $\triangle BCD$ の重心より. ($\because$ ①)

$$BE = \frac{\sqrt{3}}{2} a \cdot \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{BE}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} //$$

(3) CD の中点を M とすると. 図示すると下図のよう.



球の中心を O とした.

$$(2) \text{より. } AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}$$

$$= \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3} a$$

なので.

$\triangle OBE$ で三平方の定理より.

$$EO^2 + EB^2 = OB^2$$

$$\therefore \left(\frac{\sqrt{6}}{3}a - 1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2 = 1^2$$

$$\Leftrightarrow a\left(a - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) = 0.$$

$$a \neq 0 \text{ より } \therefore a = \frac{2\sqrt{6}}{3} //$$