

I. (1) $x = a, 2$

(2) $k = \sqrt{2}$

(3) 0

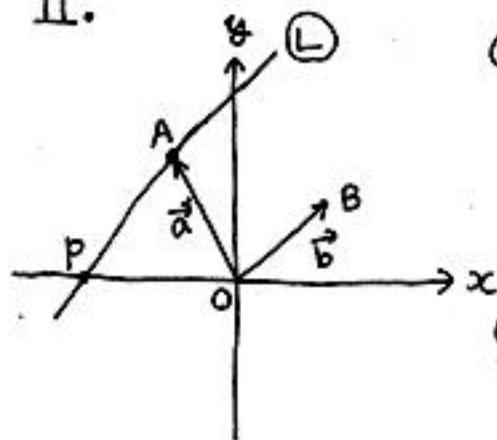
(4) $a^2 + 4b = 0$

(5) q

(6) (i) $a + b$

(ii) $2a - 2b$

II.



(1) Lのベクトル方程式 $\vec{r}$ は、

$$\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$$

(t :媒介変数) //

$$(2) \vec{r} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + tb_1 \\ a_2 + tb_2 \end{pmatrix}$$

と表わせ、PはL上にあり、

かつ、x軸上にあるため、

Pの位置ベクトル $\vec{p}$ のy成分は0。

よって、 $\vec{r}$ のy成分も0であればよく、

$$a_2 + tb_2 = 0 \quad \therefore t = -\frac{a_2}{b_2}$$

これを $\vec{r}$ のx成分に代入すると、

$$a_1 + tb_1 = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{b_2}$$

$$\therefore \vec{p} = \left(\frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{b_2}, 0 \right) //$$

(3) $\triangle OAB$ の面積を S とおくと、

$$S = \frac{1}{2} |a_1 b_2 - a_2 b_1| //$$

III. (1) 図の半円を表す式は、

$$x^2 + y^2 = 1 \quad (y > 0)$$

と表せるので、

$$\therefore y = \sqrt{1-x^2} \quad (\because y > 0) //$$

(2) $x^2 + y^2 = 1$ ($y > 0$) 上の点 $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ における接線は、

$$\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}y = 1$$

$$\therefore y = -x + \sqrt{2} //$$

(3) 半円上の点 (x_0, y_0) における接線の式は、
②と同様に、

$$x_0 x + y_0 y = 1 //$$

(4) (3)に、 $(a, 0)$ 代入すると、

$$ax_0 = 1 \quad \therefore x_0 = \frac{1}{a}$$

また、 (x_0, y_0) は半円上の点なので、

$$x_0^2 + y_0^2 = 1 \quad (y_0 > 0)$$

$$\text{より、} y_0^2 = 1 - \frac{1}{a^2} = \frac{a^2 - 1}{a^2}$$

$$\therefore y_0 > 0 \text{ より } y_0 = \frac{\sqrt{a^2 - 1}}{a}$$

したがって、求める接線は、

$$\frac{1}{a}x + \frac{\sqrt{a^2 - 1}}{a}y = 1$$

$$\therefore x + \sqrt{a^2 - 1}y - a = 0 //$$