

$$I. (1) (\sqrt{3} + i)^6 = -64$$

$$(2) \frac{9!}{2!2!} = 90720$$

$$(3) \frac{\cos 780^\circ}{\sin 780^\circ} = \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(4) \int_0^2 \{2x+3-(x^2+5)\} dx = \left[-\frac{1}{3}x^3+x^2\right]_0^2 = \frac{4}{3}$$

$$(5) x^2 = -x^2 + px + q$$

$$-2x^2 + px + q = 0$$

$$D = p^2 + 8q = 0$$

$$(6) y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Ⅱ. (1) サイコロの出た目の数を (1回目に, 2回目に)
 (出た目, 出た目)
 のように表すと, 2回サイコロを振った後, Pが
 6時にあるのは,

(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1) の 5通り
 よて, 求める確率は, $\frac{5}{6^2} = \frac{5}{36} //$

(2) (1)と同様に, 2回サイコロを振った後, Pが12時
 にあるのは,

(6,6) の 1通り

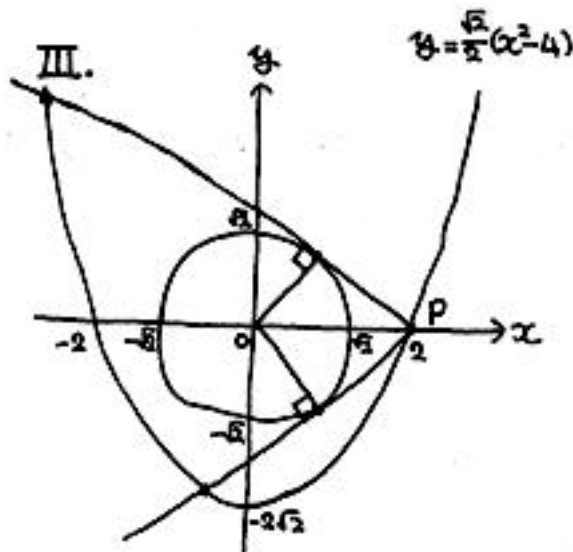
よて, 求める確率は, $\frac{1}{6^2} = \frac{1}{36} //$

(3) (1)と同様に, 3回サイコロを振った後, Pが12時
 にあるのは,

(1,1,2) (2,1,1) (3,1,4) (4,1,3) (5,1,6) (6,1,5)
 (1,2,1) (2,4,6) (3,3,6) (4,2,6) (5,6,1) (6,2,4)
 (1,3,4) (2,6,4) (3,4,1) (4,3,1) (6,3,3)
 (1,4,3) (3,6,3) (4,4,4) (6,4,2)
 (1,5,6) (4,6,2) (6,5,1)
 (1,6,5)

の 25通り

よて, 求める確率は, $\frac{25}{6^3} = \frac{25}{216} //$



(1) 求める円の接線を傾き m の直線とすると、

$$y = m(x - 2)$$

$$\therefore mx - y - 2m = 0$$

と表せる。これと $(0,0)$ との距離

d は、 $\sqrt{2}$ であるから、

$$d = \frac{|-2m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{2}$$

$$\therefore 4m^2 = 2(m^2 + 1)$$

$$\therefore m^2 = 1 \text{ より } m = \pm 1$$

ゆえに、求める接線は、

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -x + 2 \end{cases} //$$

直線

(2) $y = x - 2$ と放物線 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x^2 - 4)$ との交点は、

$$x - 2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(x^2 - 4)$$

より、整理すると、

$$(x - 2) \{ \sqrt{2}x - 2(1 - \sqrt{2}) \} = 0$$

$$\therefore x = 2, \sqrt{2} - 2$$

よって、 P 以外の交点の x 座標は、

$$x = \sqrt{2} - 2$$

$$\therefore y = x - 2 = \sqrt{2} - 4$$

ゆえに、交点は、

$$(\sqrt{2} - 2, \sqrt{2} - 4) //$$

同様にして、

$y = -x + 2$ と $y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x^2 - 4)$ との交点は、

$$(-2 - \sqrt{2}, 4 + \sqrt{2}) //$$

(3) (2) で求めた、 $(\sqrt{2} - 2, \sqrt{2} - 4)$, $(-2 - \sqrt{2}, 4 + \sqrt{2})$ を結ぶ直線は、

$$y = \frac{(\sqrt{2} - 4) - (4 + \sqrt{2})}{(\sqrt{2} - 2) - (-2 - \sqrt{2})} (x - \sqrt{2} + 2) + \sqrt{2} - 4$$

$$= -2\sqrt{2}(x - \sqrt{2} + 2) + \sqrt{2} - 4$$

$$\therefore 2\sqrt{2}x + y + 3\sqrt{2} = 0$$

この直線と円の中心 $(0,0)$ からの距離が $\sqrt{2}$ であることは、

直線が円に接することをも意味する。この距離を S とすると、

$$S = \frac{|3\sqrt{2}|}{\sqrt{8+1}} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}$$

よって、示された。 //