

2005 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 15:00～16:00 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル（いずれもHB・黒）を使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を2か所記入してください。

I 放物線 $y = x^2$ を C_1 , 放物線 $y = -px^2 + qx$ を C_2 とする。ただし, $p > 0$, $q \neq 0$ とする。 C_1 と C_2 の原点以外の交点を $P(a, a^2)$ とする。次の問に答えよ。(30 点)

- (1) C_2 が点 $P(a, a^2)$ を通ることを p, q, a の関係式で表せ。
- (2) C_1 の点 P における接線と C_2 の点 P における接線とが直交するとき, p, q, a の関係式を求めよ。
- (3) C_1 の点 P における接線と C_2 の点 P における接線とが直交するとき, p, q をそれぞれ a の式で表せ。

II 正の数からなる数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ があり, 漸化式

$$\sqrt{2}a_n^5 = a_{n-1}^6 \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

をみたすとする。このとき, a_n を a_1 と n を用いて表せ。(30 点)

III 次の問に答えよ。(40 点)

- (1) 正四面体 ABCD の頂点 A から三角形 BCD へ下ろした垂線の足を E とするとき、E は、三角形 BCD の 3 つの頂点 B, C, D から等距離にあることを示せ。
- (2) $\angle ABE = \theta$ とするとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (3) 正四面体 ABCD の 4 つの頂点が半径 1 の球面上にあるとき、正四面体 ABCD の一辺の長さを求めよ。