

2005 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 14:40~15:40 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル（いずれもHB・黒）を使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を2か所記入してください。

I 次の問に答えよ。(30 点)

- (1) $d \neq 0$ は整数とする。 d^2 が 3 で割り切れるならば、 d も 3 で割り切れることを示せ。
- (2) $\sqrt{3}$ は無理数であることを示せ。
- (3) $\sqrt{2}$ および $\sqrt{6}$ は無理数である。このとき $a + \sqrt{2}b + \sqrt{3}c = 0$ を満たす有理数 a, b, c は
- $$a = 0, b = 0, c = 0$$
- に限ることを示せ。

II a, b を正の実数とし、2 次関数

$$y = -a^2x^2 + b^2 \quad (*)$$

について、次の問に答えよ。(30 点)

- (1) 2 次関数 $(*)$ のグラフが x 軸の正方向の部分と交わる点を $P(p, 0)$ とする。 p を a, b を用いて表せ。
- (2) 原点を含めた x 軸の正方向の部分と y 軸および 2 次関数 $(*)$ のグラフで囲まれる図形の面積を S_1 とする。 S_1 の面積を求めよ。
- (3) q を $q > p$ なる実数とする。 x 軸の正方向の部分、直線 $x = q$ および 2 次関数 $(*)$ のグラフで囲まれる図形の面積を S_2 とする。 S_2 の面積を求めよ。
- (4) $S_1 = S_2$ のとき、 $\frac{q}{p}$ の値を求めよ。

III 壺の中に白いボールが n 個ある。壺から 2 個のボールを取り出し、赤い印を付けて壺に戻した。このとき次の問に答えよ。(40 点)

- (1) ボールをかき混ぜて、1 個のボールを取り出したとき、赤い印が付いていなかった。この事象の確率 $p_1(n)$ を求めよ。
- (2) (1)で取り出したボールを壺に戻し、かき混ぜた後に、3 個のボールを取り出した。その中の 1 個のボールに赤い印が付いていた。この事象の確率 $p_2(n)$ を求めよ。
- (3) 壺の中に少なくとも 4 個以上のボールが入っていたことを説明せよ。
- (4) $p_1(n) \geq 0.65$, $p_2(n) \geq 0.6$ を同時に満たす n を求めよ。