

2005 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:30~15:00 90 分)

1. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
2. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
3. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル（いずれも HB・黒）を使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
4. 解答用紙には、受験番号と氏名を 2 か所記入してください。

1. 2つの直線が

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

で与えられているとき次の問いに答えよ。ただし

$$a_1 \neq 0, b_1 \neq 0, c_1 \neq 0, a_2 \neq 0, b_2 \neq 0, c_2 \neq 0$$

とする。(30点)

- (1) 2つの直線が交わらない条件を求めよ。
- (2) 2つの直線がただ一点でのみ交わる条件を求め、そのときの交点の座標を求めよ。
- (3) 2つの直線がただ一点でのみ交わる場合、 c_1 と c_2 が同時に2だけ増加したときの交点の座標の変化量を求めよ。

2. A と B の 2 種類の花の種が無数に存在する。種一つ一つは 1 年以内に必ず一つの花をつけ、一つの種を実らせる。 A 種は開花すると確率 $\frac{1}{4}$ で赤い花、確率 $\frac{3}{4}$ で白い花をつける。 B 種は開花すると確率 $\frac{1}{2}$ で赤い花、確率 $\frac{1}{2}$ で白い花をつける。このとき次の問いに答えよ。ただし、以下では各問とも相対度数と確率が一致するほどに多数の種が扱われているものと仮定する。(30 点)

- (1) 1 年目の最初に A 種の種、 B 種の種を同じ数だけ栽培した場合、赤い花の開花する確率と白い花の開花する確率をそれぞれ求めよ。
- (2) 1 年目に開花した白い花から取れた種をすべて栽培した場合、その翌年に赤い花の開花する確率と白い花の開花する確率をそれぞれ求めよ。
- (3) 毎年白い花の種だけを集めて、それらをすべて翌年のはじめに栽培することを続けた場合に、1 年目、2 年目、3 年目に開花した白い花の総合計のうち A 種からの白い花の割合を求めよ。

3. 2次関数

$$f(x) = -ax^2 + b$$

について次の問いに答えよ。ただし、 a 、 b は正の実数である。(40点)

- (1) 2次関数のグラフに第1象限で接する直線を考える。この直線が x 軸、 y 軸に交わる点をそれぞれ P 、 Q とし、原点を O とする。このとき $\triangle OPQ$ の面積を最小にする接点の座標を求めよ。また面積の最小値を求めよ。必要に応じて

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx} \frac{1}{x} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left(\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x} \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(x+h)x} \frac{x - (x+h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{(x+h)x} = -\frac{1}{x^2}\end{aligned}$$

を使え。

- (2) 2次関数のグラフと x 軸($x \geq 0$)と y 軸($y \geq 0$)で囲まれる領域の面積が1に等しくなるとき、 a を b で表せ。

この場合、 $b = \frac{1}{2}$ 、1、2のときの2次関数のグラフを描け。

- (3) c を正の実数とする関数

$$y = \frac{c}{x}$$

のグラフが問(2)で求めた2次関数のグラフと $x > 0$ でただ一つの共有点(接点)をもつとき、 c の値を求めよ。