

I

$$(1) {}_4P_4 = 4! = 24 \quad \text{より} \quad \underline{24\text{個}} \dots\dots (\text{答})$$

(2) 4桁の数のうち、千の位が1であるのは

$${}_3P_3 = 3! = 6 \text{ (個)}$$

同様に、千の位が2, 3, 4となるのもそれぞれ6個であり、他の位についても同様のことと言えるので、求めるべき商は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{60} \times 6 \times \{ (1+2+3+4) \times 10^3 + (1+2+3+4) \times 10^2 \\ & \quad + (1+2+3+4) \times 10 + (1+2+3+4) \} \\ & = \underline{1111} \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$

II

(1) x, y は個数なので

$$x \text{ と } y \text{ は 整数, かつ } x \geq 0, y \geq 0 \dots\dots ①$$

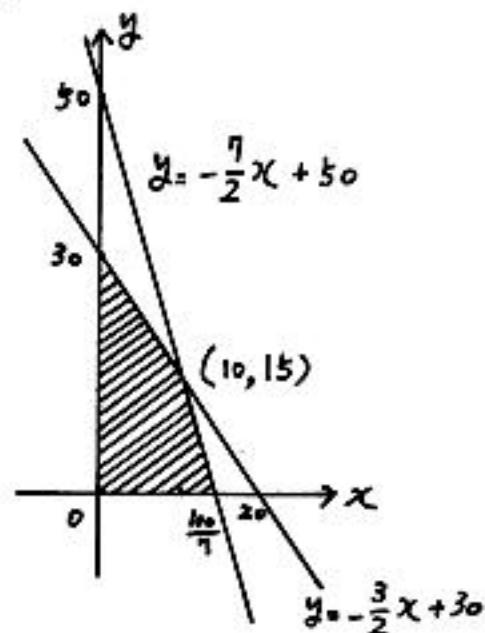
石油について

$$0.7x + 0.2y \leq 10 \Leftrightarrow y \leq -\frac{7}{2}x + 50 \dots\dots ②$$

電力について

$$3x + 2y \leq 60 \Leftrightarrow y \leq -\frac{3}{2}x + 30 \dots\dots ③$$

①かつ②かつ③より、点 (x, y) の取り得る範囲は右図の斜線部の領域の格子点 (x と y がともに整数となる点) となる。ただし、斜線部の領域の境界はすべて含む。



(2) 利益を Z (円) とおくと

$$Z = 8000x + 3000y$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{8}{3}x + \frac{Z}{3000} \dots\dots ④$$

Z が最大となるのは、④式の y 切片の値が最大になるときである。

傾きについて $-\frac{7}{2} < -\frac{8}{3} < -\frac{3}{2}$ より、④式の y 切片の値が最大

となるのは、④式が点 $(10, 15)$ を通るときである。したがって、

A を 10 個、B を 15 個つくればよい。 …… (答)

$$(3) 8000 \times 10 + 3000 \times 15 = \underline{125000 \text{ (円)}} \dots\dots \text{(答)}$$

Ⅲ

(1) 定数 $\int_0^2 f(x) dx$ を a とおくと $f(x) = |x^2 - 1| + a$

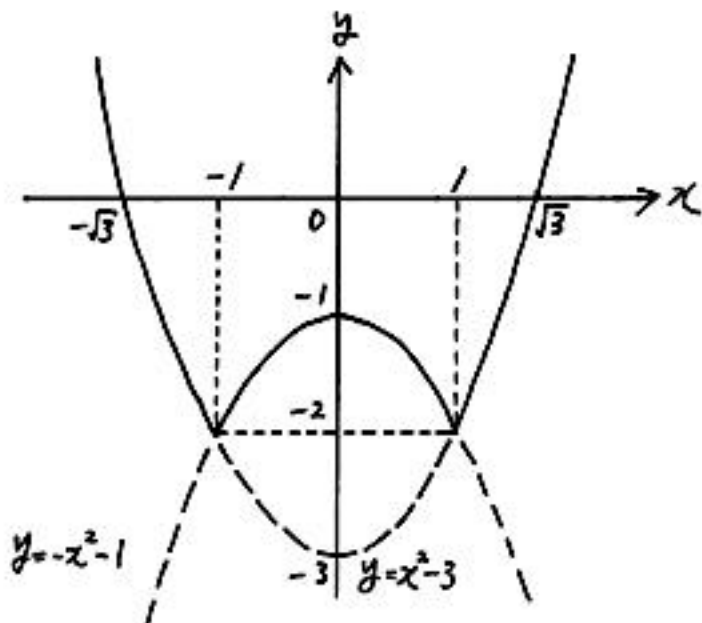
$$\begin{aligned}
 a &= \int_0^2 f(x) dx \\
 &= \int_0^2 \{|x^2 - 1| + a\} dx \\
 &= -\int_0^1 (x^2 - 1) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx + 2a \\
 &= -\left[\frac{1}{3}x^3 - x\right]_0^1 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x\right]_1^2 + 2a \\
 &= 2 + 2a
 \end{aligned}$$

より $a = -2$

したがって、

$$\begin{aligned}
 f(x) &= |x^2 - 1| - 2 \\
 &= \begin{cases} x^2 - 3 & (x \leq -1, 1 \leq x \text{ のとき}) \\ -x^2 - 1 & (-1 < x < 1 \text{ のとき}) \end{cases} \dots\dots (\text{答})
 \end{aligned}$$

(2) (1)より $y = f(x)$ の
グラフは右図の実線
のようになる。



IV

(1) N 個のボールのうち、 $N-3$ 個が白いボールなので

$$P_1 = \frac{N-3}{N} \left(= 1 - \frac{3}{N} \right) \dots\dots (答)$$

$$(2) \quad P_2 = \frac{3}{N} \cdot \frac{N-3}{N-1} = \frac{3(N-3)}{N(N-1)} \dots\dots (答)$$

$$P_3 = \frac{3}{N} \cdot \frac{2}{N-1} \cdot \frac{N-3}{N-2} = \frac{6(N-3)}{N(N-1)(N-2)} \dots\dots (答)$$

$$P_4 = \frac{3}{N} \cdot \frac{2}{N-1} \cdot \frac{1}{N-2} \cdot \frac{N-3}{N-3} = \frac{6}{N(N-1)(N-2)} \dots\dots (答)$$

$$(3) \quad P_3 = P_4 \Leftrightarrow \frac{6(N-3)}{N(N-1)(N-2)} = \frac{6}{N(N-1)(N-2)}$$

$$N > 3 \text{ より} \quad N = 4.$$

このとき、(1), (2) より

$$P_1 = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P_2 = \frac{3(4-3)}{4(4-1)} = \frac{1}{4}$$

$$P_3 = P_4 = \frac{6}{4(4-1)(4-2)} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ゆえに} \quad P_k = \frac{1}{4} \quad (k=1, 2, 3, 4)$$

となる。(証明終)