

2006 年 度 入 学 試 験 問 題

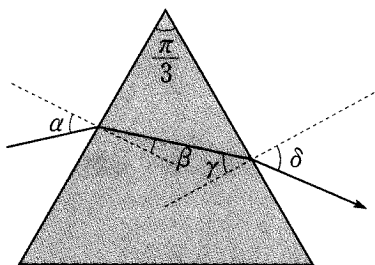
数 学

(試験時間 15:10~16:50 100 分)

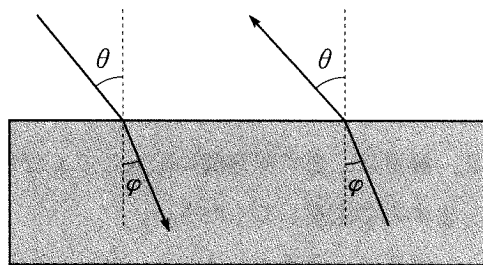
1. 解答用紙は、記述解答用紙とマーク解答用紙の2種類がありますので注意してください。
2. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
3. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル (いずれもHB・黒) を使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に、マーク解答用紙には鉛筆のあとや消しくずを残さないでください。
また、折りまげたり、汚したりしないでください。記述解答用紙の下敷きにマーク解答用紙を使用することは絶対にさけてください。
4. 記述解答用紙には、受験番号と氏名を2か所記入してください。
5. マーク解答用紙の受験番号および受験番号のマーク記入は、電算処理上非常に重要なので、誤記のないよう特に注意してください。
6. 設問文にある点数は、満点が100点となるような配点表示になっていますが、数学科の配点は200点となりますので、注意してください。

I 次の問題文の空欄にもっとも適する答を解答群から選び、その記号をマーク解答用紙に記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。(20点)

図1のような頂角 $\frac{\pi}{3}$ のプリズムがある。直進して来た光線が図1と同じ材質のプリズムの境界で図2のように屈折するとき、 $\sin \theta = \sqrt{2} \sin \varphi$ が成り立っているとする。



(図1)



(図2)

図2において、 θ のとりうる値の範囲が $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ であるから、 $\boxed{\text{ア}} \leq \varphi < \boxed{\text{イ}}$ となる。次に、図1のように光線がプリズムの境界で屈折して通過したとする。このとき、角 γ を β を用いて表すと $\gamma = \boxed{\text{ウ}}$ となる。図1のようにプリズムに入った光が再びプリズムの外に出るための β のとり得る値の範囲を求めると $\boxed{\text{エ}} < \beta < \boxed{\text{オ}}$ である。これから $\sin \delta$ のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{カ}} < \sin \delta < \boxed{\text{キ}}$ であることが分かる。

問題Ⅰのア, イ, エ, オの解答群

- (a) 0 (b) $\frac{\pi}{24}$ (c) $\frac{5\pi}{24}$ (d) $\frac{7\pi}{24}$ (e) $\frac{11\pi}{24}$
(f) $\frac{\pi}{12}$ (g) $\frac{5\pi}{12}$ (h) $\frac{\pi}{8}$ (i) $\frac{3\pi}{8}$ (j) $\frac{\pi}{6}$
(k) $\frac{\pi}{4}$ (l) $\frac{\pi}{3}$

問題Ⅰのウの解答群

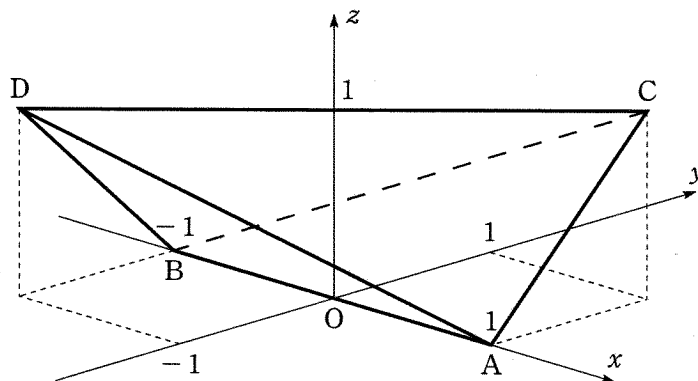
- (a) $\beta + \frac{\pi}{6}$ (b) $\beta - \frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{6} - \beta$ (d) $\beta - \frac{\pi}{4}$ (e) $\frac{\pi}{4} + \beta$
(f) $\frac{\pi}{4} - \beta$ (g) $\frac{2\pi}{3} - \beta$ (h) $\frac{\pi}{3} + \beta$ (i) $\frac{\pi}{3} - \beta$ (j) $\frac{\pi}{2} - \beta$

問題Ⅰのカ, キの解答群

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) 1 (c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(f) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (g) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ (h) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ (i) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$ (j) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$
(k) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ (l) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

II 次の問題文の空欄にもっとも適する答を解答群から選び、その記号をマーク解答用紙に記入せよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。(20点)

図のように、空間の4点 $A(1, 0, 0)$, $B(-1, 0, 0)$, $C(1, 1, 1)$, $D(-1, -1, 1)$ を頂点とする四面体 $ABCD$ を考える。



固定した t ($0 < t < 1$) に対し、平面 $z = t$ と辺 AC との交点を P , 辺 BC との交点を Q , 辺 BD との交点を R , 辺 AD との交点を S とすると、 P は AC を, Q は BC を, R は BD を, S は AD をそれぞれ $t:(1-t)$ に内分する。したがって、それぞれの座標は P (, , t), Q (, , t), R (, , t), S (, , t) となる。これから四辺形 $PQRS$ は平行四辺形であり、 PQ の長さは となる。また点 P と直線 SR の距離は となり、平行四辺形 $PQRS$ の面積 $S(t)$ は で与えられる。したがって、四面体 $ABCD$ の体積は となる。

問題Ⅱのク、ケ、コ、サ、シ、ス、セ、ソ、タ、チの解答群

- | | | | | |
|----------|-----------|----------|----------|-----------|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ -1 | Ⓓ t | Ⓔ $-t$ |
| Ⓕ $2t$ | Ⓖ $-2t$ | Ⓗ $1+t$ | Ⓘ $-1+t$ | ⓫ $1-t$ |
| Ⓚ $1+2t$ | Ⓛ $-1+2t$ | Ⓜ $1-2t$ | Ⓝ $2+2t$ | ⓪ $-2+2t$ |
| Ⓟ $2-2t$ | | | | |

問題Ⅱのツの解答群

- | | | | | |
|------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
| Ⓐ $t+t^2$ | Ⓑ $t+2t^2$ | Ⓒ $t+4t^2$ | Ⓓ $2t+t^2$ | Ⓔ $t-t^2$ |
| Ⓕ $2t-t^2$ | Ⓖ $2t-2t^2$ | Ⓗ $4t-2t^2$ | Ⓘ $4t-4t^2$ | ⓫ t^2 |
| Ⓚ $2t^2$ | Ⓛ $4t^2$ | | | |

問題Ⅱのテの解答群

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|
| Ⓐ $\frac{1}{6}$ | Ⓑ $\frac{5}{6}$ | Ⓒ $\frac{7}{6}$ | Ⓓ $\frac{11}{6}$ | Ⓔ $\frac{13}{6}$ |
| Ⓕ $\frac{1}{3}$ | Ⓖ $\frac{2}{3}$ | Ⓗ $\frac{4}{3}$ | Ⓘ $\frac{5}{3}$ | ⓫ $\frac{7}{3}$ |
| Ⓚ $\frac{1}{2}$ | Ⓛ $\frac{3}{2}$ | Ⓜ 1 | Ⓝ 2 | |

III 媒介変数 θ を用いて表される曲線

$$\begin{cases} x = \tan \theta \\ y = a \cos \theta \end{cases} \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$$

を C とする。ただし、 a は正の定数である。次の問いに答えよ。(30 点)

- (1) 媒介変数 θ を消去して、曲線 C の方程式を $y = f(x)$ と表すとき、関数 $f(x)$ を求めよ。
- (2) 曲線 C の変曲点の座標を求めよ。
- (3) 曲線 C の凹凸を調べ、その概形を図示せよ。
- (4) 曲線 C 上の点 P における法線が原点 $(0, 0)$ を通るとき、 P の座標を求めよ。

(設問は次ページに続く。)

IV 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \int_0^x (4t^2 - 5) te^{-t^2} dt$$

と定める。次の問いに答えよ。(30 点)

- (1) 定積分 $\int_0^x te^{-t^2} dt$ を求めよ。
- (2) $f(x)$ を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P(u, f(u))$ における接線の y 切片を $g(u)$ とおく。
 $u \geq 0$ のとき $g(u)$ のとり得る値の範囲を求めよ。

(以下計算用紙)