

2007 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 15:10～16:50 100 分)

1. 解答用紙は、記述解答用紙とマーク解答用紙の2種類がありますので注意してください。
2. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
3. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル（いずれもHB・黒）を使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に、マーク解答用紙には鉛筆のあとや消しくずを残さないでください。
また、折りまげたり、汚したりしないでください。記述解答用紙の下敷きにマーク解答用紙を使用することは絶対にさけてください。
4. 記述解答用紙には、受験番号と氏名を2か所記入してください。
5. マーク解答用紙の受験番号および受験番号のマーク記入は、電算処理上非常に重要なので、誤記のないよう特に注意してください。
6. 設問文にある点数は、満点が100点となるような配点表示になっていますが、数学科の配点は200点となりますので、注意してください。

I 次の問題文の空欄にもっとも適する答を解答群から選び、その記号をマークせよ。
ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。(20点)

3点O(0, 0), A(3, 1), B(1, 3)を頂点とする三角形OABがある。点Oを通りOAに直交する直線を ℓ , 点Aを通りABに直交する直線を m , 点Bを通りOBに直交する直線を n とする。また、直線 ℓ と m との交点をP, m と n との交点をQ, n と ℓ との交点をRとする。このとき、直線 m の方程式は

ア $x + y =$ イ であり、点Pの座標は(ウ , エ)
である。三角形PQRの面積は(オ)²である。ただし、オ は正の数である。

問題Iのア, イ, ウ, エ, オの解答群

- | | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Ⓐ $-\frac{9}{2}$ | Ⓑ -4 | Ⓒ $-\frac{7}{2}$ | Ⓓ -3 | Ⓔ $-\frac{5}{2}$ |
| Ⓕ -2 | Ⓖ $-\frac{3}{2}$ | Ⓗ -1 | Ⓙ $-\frac{1}{2}$ | ⓫ 0 |
| Ⓚ $\frac{1}{2}$ | Ⓛ 1 | Ⓜ $\frac{3}{2}$ | Ⓝ 2 | ⓪ $\frac{5}{2}$ |
| Ⓟ 3 | Ⓢ $\frac{7}{2}$ | Ⓡ 4 | Ⓢ $\frac{9}{2}$ | |

(設問は次ページに続く。)

II 次の問題文の空欄にもっとも適する答を解答群から選び、その記号をマークせよ。
ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。(20点)

実数 a に対して、 $n \leq a < n+1$ を満たす整数 n を $[a]$ と表す。このとき、
 $[\sqrt[3]{200}] = \boxed{\text{カ}}$ である。また、 $[\sqrt[3]{2000}] = \boxed{\text{キ}}$ である。1 以上の実数 x
に対して、 $[\sqrt[n]{x}] = 1$ となる最小の正の整数 m を $f(x)$ と表す。このとき、
 $f(73) = \boxed{\text{ク}}$ ， $f(215) = \boxed{\text{ケ}}$ である。さらに、正の整数 N に対して
 $F(N) = \sum_{k=1}^N f(k)$ とおく。このとき、 $F(33) = \boxed{\text{コ}}$ である。

問題IIのカ、キ、ク、ケの解答群

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|------|
| Ⓐ 1 | Ⓑ 2 | Ⓒ 3 | Ⓓ 4 | Ⓔ 5 |
| Ⓕ 6 | Ⓖ 7 | Ⓗ 8 | Ⓘ 9 | Ⓙ 10 |

問題IIのコの解答群

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| Ⓐ 109 | Ⓑ 114 | Ⓒ 119 | Ⓓ 124 | Ⓔ 129 |
| Ⓕ 135 | Ⓖ 141 | Ⓗ 147 | Ⓘ 153 | Ⓙ 159 |

(設問は次ページに続く。)

III 関数 $f(x) = \frac{(\log x)^2}{x}$ ($x > 0$) において、 $y = f(x)$ のグラフを C とする。このとき、次の問いに答えよ。(30 点)

- (1) 関数 $f(x)$ の増減を調べ、曲線 C の概形を描け。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^2}{x} = 0$ である。
- (2) C は 2 つの変曲点をもつことを示せ。また、その変曲点の x 座標を a, β ($0 < a < \beta$) とするとき、 $\log a, \log \beta$ の値を求めよ。
- (3) C と直線 $x = a, x = \beta$ および x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

(設問は次ページに続く。)

IV 関数 $f(x) = 2 - 2\cos^3 x + \cos 3x$ ($0 \leq x \leq \pi$) について、次の問いに答えよ。

(30 点)

- (1) $\cos 3x$ を $\cos x$ を用いて表し、 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(s, f(s))$ ($0 < s < \pi$) における法線が y 軸と共有点をもつとき、共有点の y 座標 $k(s)$ を求めよ。
- (3) $\lim_{s \rightarrow 0} k(s)$ を求めよ。

(以下計算用紙)