

I

問1

(*) 初項4, 公差3の等差数列なので, 第 n 項は

$$4 + (n-1) \cdot 3 = \underline{3n+1} \quad \#$$

(**) 初項100, 公差-5の等差数列なので,

$$100 + (n-1) \cdot (-5) = \underline{-5n+105} \quad \#$$

問2

(**)の数列は5の倍数であるから, $3n+1=5k$ ($k \in \mathbb{N}$)なる n を考えると,

(*)の数列の値が最大で100であるから,

$n=3, 8, 13, 18, 23, 28, 33$ の7つ。

$\therefore \underline{7つ} \quad \#$

II

問1

$$z^3 = (x + iy)^3$$

$$= x^3 + 3x^2 \cdot iy + 3x(iy)^2 + (iy)^3$$

$$= x^3 - 3xy^2 + (3x^2y - y^3)i$$

$$\therefore \text{実部: } x^3 - 3xy^2, \text{虚部: } 3x^2y - y^3$$

問2 $z^3 = i$ より $\begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 0 & \text{--- ①} \\ 3x^2y - y^3 = 1 & \text{--- ②} \end{cases}$

$$\text{①} \Leftrightarrow x(x^2 - 3y^2) = 0$$

(i) $x = 0$ の時

$$\text{②} \Leftrightarrow y^3 = -1 \quad \text{よって } y = -1$$

(ii) $x^2 = 3y^2$ の時

$$\text{②} \Leftrightarrow 8y^3 = 1 \quad \text{よって } y = \frac{1}{2} \quad \text{この時 } x^2 = \frac{3}{4} \quad \text{よって } x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{よって } \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ⅲ

問1 $x = 1 - 3y$ より

$$x^2 + y^2 = (1 - 3y)^2 + y^2$$

$$= 10y^2 - 6y + 1$$

$$= 10\left(y^2 - \frac{3}{5}y\right) + 1$$

$$= 10\left(y - \frac{3}{10}\right)^2 + \frac{1}{10}$$

$$\text{よって } \begin{cases} x = \frac{1}{10} \\ y = \frac{3}{10} \end{cases} \text{ の時最小値 } \frac{1}{10}$$

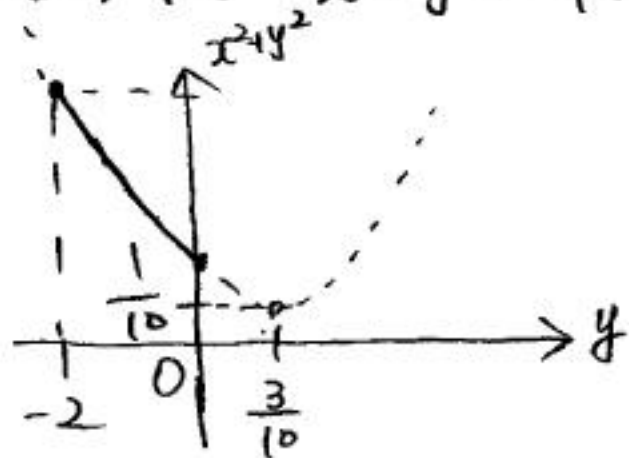
#

問2

$$x = 1 - 3y \text{ より } 1 - 3y \geq 1 \Leftrightarrow y \leq 0$$

$$\text{よって } |y| \leq 2 \text{ より } -2 \leq y \leq 0 \text{ --- ①}$$

$$\text{①の下で } x^2 + y^2 = 10\left(y - \frac{3}{10}\right)^2 + \frac{1}{10}$$



よって左図から

$$\begin{cases} x = 7 \\ y = -2 \end{cases} \text{ の時最大値 } 53$$

#

IV

問1 初期位置が同じ時, 2つある移動方の中の1つをX, Y共に選ぶ確率は $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$, よって $\frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$ $\therefore \frac{1}{2}$ //

問2 初期位置が異なる時, X, Y共に $t=0$ の時に相手からいた方の方の点へ移動すればよいので, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ $\therefore \frac{1}{4}$ //

問3 (i) $X(1)=Y(1)$ となりさらに $X(2)=Y(2)$ となる確率は $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

(ii) $X(1) \neq Y(1)$ となり $X(2)=Y(2)$ となる確率は
 $(1-\frac{1}{2}) \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

以上より $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$ //

問4

(i) $X(1)=Y(1)$ となり, さらに $X(2)=Y(2)$ となる確率は
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

(ii) $X(1) \neq Y(1)$ となり, $X(2)=Y(2)$ となる確率は
 $(1-\frac{1}{4}) \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$
 以上より $\frac{1}{8} + \frac{3}{16} = \frac{5}{16}$ //