

2008 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 13:20～14:20 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル（いずれもHB・黒）を使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を2か所記入してください。

I 以下の問いに答えよ。答は結果のみを解答欄に記入せよ。(30 点)

(1) $x = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2}$ のとき, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ の値を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ は次のように定められている。

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{2a_n - 1}{a_n + 3} \end{cases} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

このとき a_5 を求めよ。

(3) 平面上に 5 本の平行線とこれらに直交する 6 本の平行線がある。これらの平行線で囲まれる長方形はいくつあるか。

(4) 放物線 $y = -x^2 + 2px$ の頂点 (X, Y) は、定数 p の値が変化するとき、一定の曲線上を動く。 X と Y の間に成り立つ関係式を求めよ。

(5) 3 次関数 $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4$ の極大値および極小値を求めよ。

(6) 大小 2 個のさいころを振り、大きいさいころの出た目の数を a , 小さいさいころの出た目の数を b とする。このとき方程式 $x^2 + ax + b = 0$ が実数解をもたない確率を求めよ。

II m を $0 < m < \frac{1}{2}$ をみたす定数とする。放物線 $y = -x^2 + x$ と x 軸とで囲まれた領域を A ，不等式 $mx \leq y \leq 2mx$ の表す領域を B とする。以下の問いに答えよ。(35 点)

- (1) A と B の共通部分 $A \cap B$ の面積を S とする。 S を m を用いて表せ。
- (2) m の値を $0 < m < \frac{1}{2}$ の範囲でいろいろ変えるとき， S が最大となるような m の値を求めよ。

Ⅲ 水とよくまざる液体 a が 1ℓ 入った容器 A と空の容器 B がある。容器 A から容器 B に液体 a を 0.2ℓ 移し、容器 A にはその分を水でおぎなってよくかきまぜる。次に容器 A のよくかきまぜた液体 0.2ℓ を容器 B に移し、容器 A にはその分を水でおぎなってよくかきまぜる。このような操作をくり返し行う。次の問いに答えよ。ただし、液体 a またはそれに水をまぜた液体に水を加えてよくかきまぜるとき、でき上った液体の体積はもとの液体の体積と加えた水の体積の和になるものとする。また、 $\log_{10}2 = 0.3010$ とする。(35 点)

- (1) 容器 A の中の液体 a の量が 0.1ℓ 以下になるまでに、上記の操作を何回行う必要があるか。
- (2) 上記の操作を n 回行ったとき、容器 B の中の液体 a の量は何 ℓ になるか。 n を用いて表せ。
- (3) 上記の操作を 100 回行ったとき、容器 B の中の液体に含まれる液体 a の体積は、液体全体の体積の何パーセントになるか。小数第 1 位を四捨五入して表せ。